

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ - ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

Μαθηματικά

Στ' Τάξη

Μέρος 4



Συγγραφική ομάδα:	Αθανασίου Χρύσω Δεληγιάννη Ελένη Πανασούρα-Μάκη Γεωργία Παντζιαρά Μαριλένα Χειμωνή Μαρία
Επιστημονικοί συνεργάτες:	Πανασούρα Ρίτα, Πανεπιστήμιο Frederick Πίπτα-Πανταζή Δήμητρα, Πανεπιστήμιο Κύπρου Πιπάλης Μάριος, Πανεπιστήμιο Κύπρου Χρίστου Κωνσταντίνος, Πανεπιστήμιο Κύπρου
Σύνδεσμος Πρώτος Λειτουργός Εκπαίδευσης:	Χαμπιαούρης Κώστας
Ηλεκτρονικός σχεδιασμός:	Χατζηθεοδοσίου Άντρη, Λειτουργός Υπηρεσίας Ανάπτυξης Προγραμμάτων
Ηλ. σελίδωση:	Χατζηθεοδοσίου Άντρη Λειτουργός Υπηρεσίας Ανάπτυξης Προγραμμάτων
Συντονισμός έκδοσης:	Παρπούνας Χρίστος, Συντονιστής Υπηρεσίας Ανάπτυξης Προγραμμάτων

Α΄ Έκδοση: 2017

Ανατύπωση: 2017

Εκτύπωση: Τυπογραφείο Κυπριακής Δημοκρατίας

© ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

ISBN: 978-9963-0-1612-9



Στο εξώφυλλο χρησιμοποιήθηκε ανακυκλωμένο χαρτί σε ποσοστό τουλάχιστον 50%, προερχόμενο από διαχείριση απορριμμάτων χαρτιού. Το υπόλοιπο ποσοστό προέρχεται από υπεύθυνη διαχείριση δασών.

Τα Μαθηματικά έχουν πρωτεύοντα ρόλο στους σχεδιασμούς του Υπουργείου Παιδείας και Πολιτισμού στο νέο εκπαιδευτικό περιβάλλον που οικοδομείται. Με την εφαρμογή του αναθεωρημένου Αναλυτικού Προγράμματος Μαθηματικών, οι σκοποί, οι στόχοι, το περιεχόμενο, οι μέθοδοι διδασκαλίας και αξιολόγησης στο μάθημα διαφοροποιούνται. Στηρίζονται σε διεθνή αποτελέσματα και σε διεθνώς δοκιμασμένες πρακτικές και λαμβάνουν υπόψη τις ιδιαίτερες δυσκολίες που αντιμετωπίζουν τα παιδιά στην Κύπρο κατά τη μετάβασή τους από τη μία βαθμίδα εκπαίδευσης στην άλλη. Επίσης, δίνεται ιδιαίτερη έμφαση στον εκσυγχρονισμό των Μαθηματικών, ώστε να έχουν άμεση σχέση και εφαρμογή στην καθημερινή ζωή, να αναπτύσσουν την κριτική σκέψη και τη δημιουργικότητα και γενικά να συνάδουν με τις ανάγκες της κοινωνίας μας και με τα Αναλυτικά Προγράμματα των πλείστων χωρών της Ευρώπης.

Ανάμεσα στις προτεραιότητές μας είναι η ανάπτυξη δεξιοτήτων επίλυσης σύνθετων προβλημάτων, ώστε τα σημερινά παιδιά και αυριανοί πολίτες να αποκτήσουν τέτοιες δεξιότητες που να προωθούν την ανάπτυξη της δημιουργικότητας και της καινοτομίας, κάτι που σήμερα είναι απαραίτητο στη σύγχρονη κοινωνία. Με βάση αυτές τις προτεραιότητες που θέσαμε, ξεκίνησε η συγγραφή των νέων βιβλίων των Μαθηματικών, τα οποία απευθύνονται σε όλα τα παιδιά, έτσι ώστε να ικανοποιούν τις ιδιαιτερότητες του καθενός.

Τα νέα εγχειρίδια των Μαθηματικών περιλαμβάνουν πρωτοποριακές μεθόδους και πρακτικές διδασκαλίας. Ειδικότερα, τα νέα εγχειρίδια της Στ΄ τάξης έχουν διαμορφωθεί ώστε να προετοιμάσουν τα παιδιά για τα Μαθηματικά της Α΄ Γυμνασίου. Στην αρχή κάθε ενότητας, γίνεται παράθεση των θεμάτων. Ακολουθεί η διερεύνηση των μαθηματικών εννοιών με τρόπο που υποκινεί το ενδιαφέρον και την περιέργεια των παιδιών. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται οι νέες έννοιες και παραδείγματα δραστηριοτήτων. Τα μαθήματα ολοκληρώνονται με διαβαθμισμένες δραστηριότητες, μέσα από τις οποίες τα παιδιά επιλύουν προβλήματα της καθημερινότητας και έχουν τη δυνατότητα να κατανοήσουν έννοιες και να αποκτήσουν δεξιότητες ανάλογα με τις ανάγκες και τις προσδοκίες τους. Αξιοποιούν, ταυτόχρονα, τη σύγχρονη τεχνολογία με τρόπο που συμβάλλει αποτελεσματικά στην επίτευξη των στόχων της μαθηματικής εκπαίδευσης.

Ελπιδοφόρος Νεοκλέους
Διευθυντής Δημοτικής Εκπαίδευσης

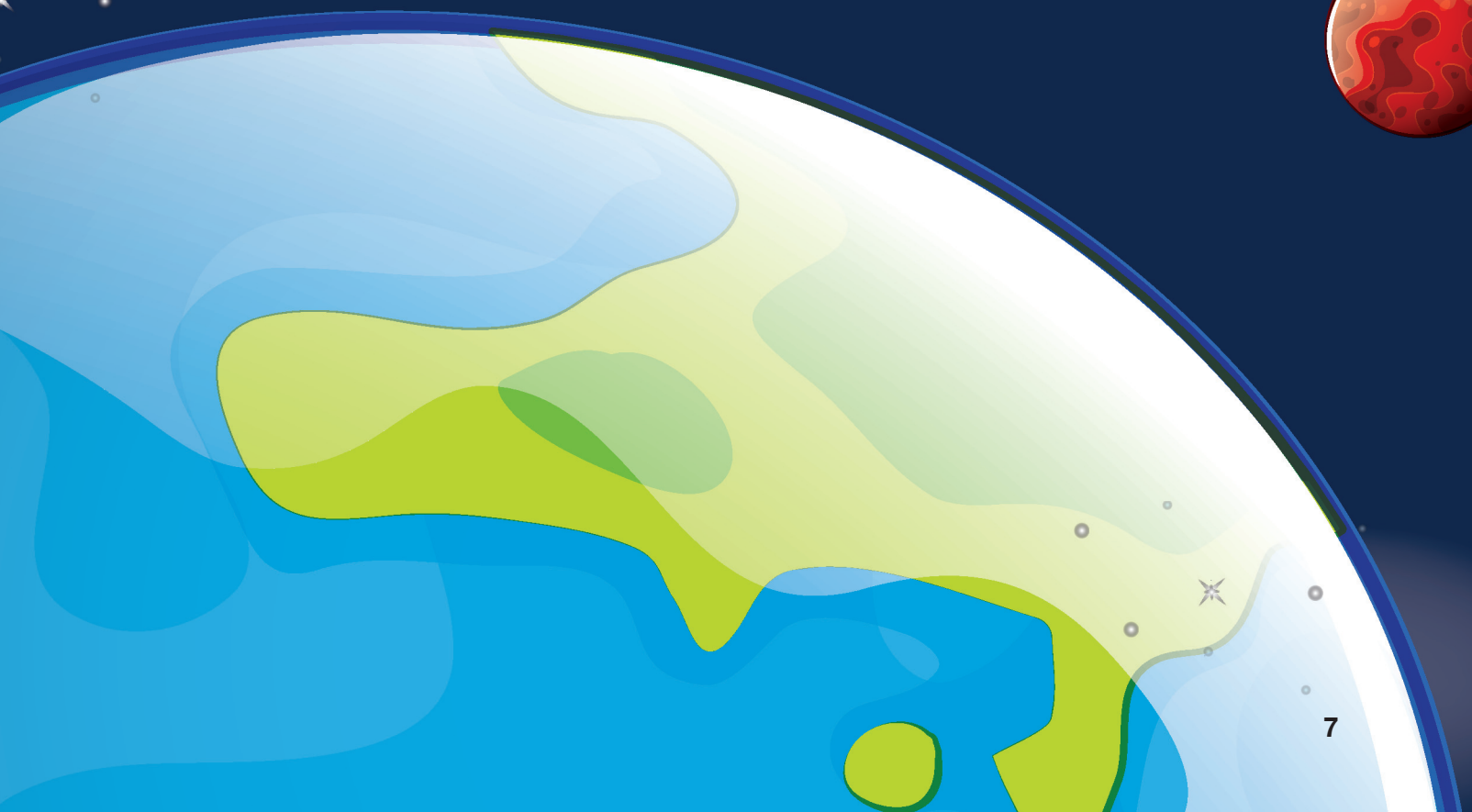
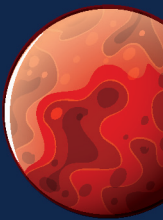
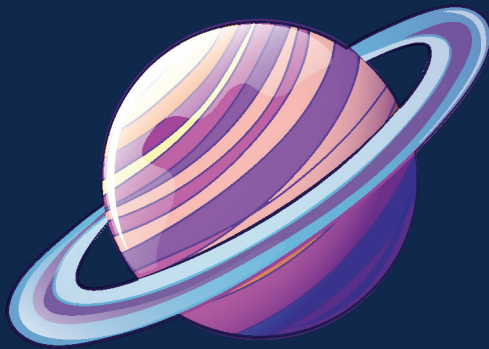
Περιεχόμενα

	Σελίδα
ΕΝΟΤΗΤΑ 8	7
Πολλαπλασιασμός και διαίρεση κλασμάτων	





ENO'THTA



Στην ενότητα αυτή θα μάθουμε:

- Να πολλαπλασιάζουμε και να διαιρούμε κλάσματα.

Έχουμε μάθει:

- Να ερμηνεύουμε το κλάσμα.
- Να απλοποιούμε κλάσματα και να υπολογίζουμε ισοδύναμα κλάσματα.
- Να μετατρέπουμε τους μικτούς αριθμούς σε καταχρηστικά κλάσματα και τα καταχρηστικά κλάσματα σε μικτούς αριθμούς.
- Να συγκρίνουμε κλάσματα, χρησιμοποιώντας διάφορες στρατηγικές.
- Να υπολογίζουμε το άθροισμα και τη διαφορά κλασμάτων.

Έχουμε μάθει:

- **Ανάγωγο** ονομάζεται το κλάσμα που δεν μπορεί να απλοποιηθεί, γιατί ο μοναδικός κοινός διαιρέτης του αριθμητή και του παρονομαστή είναι το 1.

Παράδειγμα:

Το $\frac{3}{5}$ είναι ανάγωγο κλάσμα, αφού $\text{ΜΚΔ}(3, 5) = 1$

• Απλοποίηση κλασμάτων

Για να απλοποιήσουμε ένα κλάσμα, ώστε να προκύψει ανάγωγο κλάσμα, διαιρούμε τους όρους του κλάσματος με τον Μέγιστο Κοινό Διαιρέτη (ΜΚΔ) τους.

Παράδειγμα:

Για να απλοποιήσουμε το κλάσμα $\frac{12}{18}$:

Διαιρούμε τους όρους του κλάσματος με τον ΜΚΔ τους.

$$\text{ΜΚΔ}(12, 18) = 6 \quad \frac{12}{18} = \frac{12 \div 6}{18 \div 6} = \frac{2}{3}$$

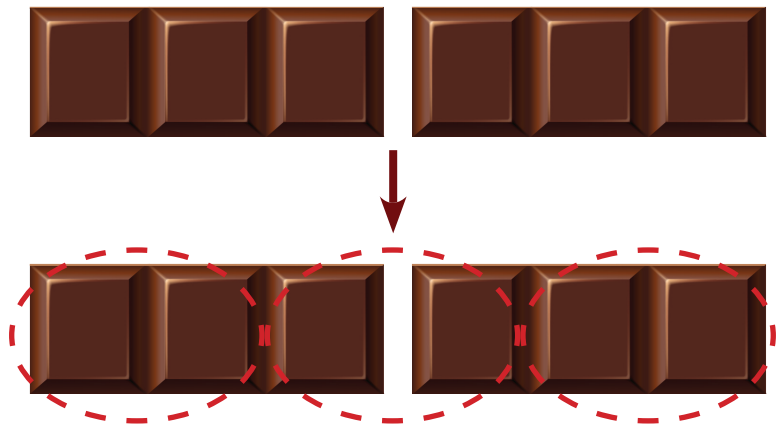
- Κλάσμα ως πηλίκo

Το κλάσμα εκφράζει το ακριβές πηλίκo της διαίρεσης του αριθμητή με τον παρονομαστή του.

Παράδειγμα:

2 όμοιες σοκολάτες θα μοιραστούν στα ίσα σε 3 παιδιά.

$$2 \div 3 = \frac{2}{3}$$

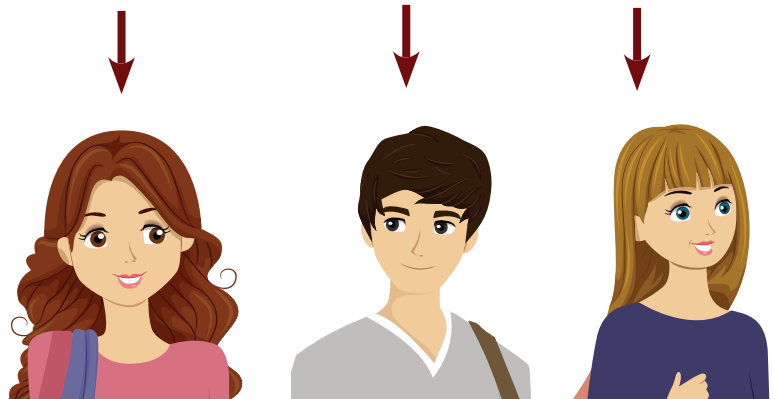


Κάθε παιδί θα πάρει $\frac{2}{3}$ της σοκολάτας.

$$\frac{2}{3}$$

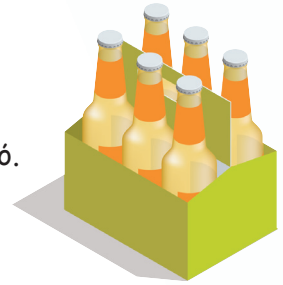
$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{3}$$



Διερεύνηση 1

- (α) Στη συσκευασία της διπλανής εικόνας, κάθε μπουκάλι περιέχει $\frac{2}{5}$ L χυμό.
Να υπολογίσετε τη συνολική ποσότητα χυμού που υπάρχει σε:



(i) 3 μπουκάλια

(ii) 5 μπουκάλια

(iii) 7 μπουκάλια

- (β) Να περιγράψετε έναν τρόπο υπολογισμού του γινομένου ενός ακέραιου επί έναν κλασματικό αριθμό.

Δραστηριότητες

1. Η Άννα είχε 8 L χυμό και χρησιμοποίησε το $\frac{1}{4}$ της ποσότητας αυτής. Πόσο χυμό χρησιμοποίησε;

(α) Ποια μαθηματική πρόταση ταιριάζει στο πιο πάνω πρόβλημα; Να επεξηγήσετε.

A. $8 - \frac{1}{4}$

B. $8 + \frac{1}{4}$

Γ. $8 \div \frac{1}{4}$

Δ. $\frac{1}{4} \cdot 8$

Ε. $\frac{1}{4} \div 8$

(β) Να χρησιμοποιήσετε λέξεις, σχέδιο ή σύμβολα, για να επιλύσετε το πρόβλημα.

2. Να γράψετε δικά σας προβλήματα για τις πιο κάτω μαθηματικές προτάσεις και να τα επιλύσετε.

(α) $\frac{1}{4} \cdot 20 = v$

(β) $\frac{2}{5} \cdot 10 = v$

Διερεύνηση 2

(α) Να υπολογίσετε τα πιο κάτω γινόμενα. Να γράψετε την απάντηση στην πιο απλή μορφή.

ΣΤΗΛΗ Α

ΣΤΗΛΗ Β

$4 \cdot 2 =$	$2 \cdot 4 =$
$4 \cdot 1 =$	$1 \cdot 4 =$
$4 \cdot \frac{1}{2} =$	$\frac{1}{2} \cdot 4 =$
$4 \cdot \frac{1}{4} =$	$\frac{1}{4} \cdot 4 =$
$4 \cdot \frac{1}{8} =$	$\frac{1}{8} \cdot 4 =$
$4 \cdot \frac{1}{16} =$	$\frac{1}{16} \cdot 4 =$

(β) Ποια μοτίβα παρατηρείτε στον πίνακα;

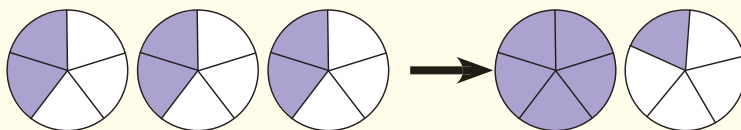
Νέες Έννοιες

- Πολλαπλασιασμός ακέραιου αριθμού επί κλάσμα

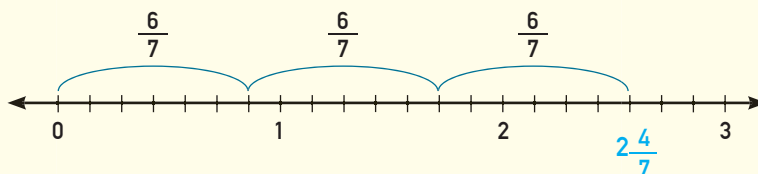
Για να πολλαπλασιάσουμε έναν ακέραιο αριθμό επί ένα κλάσμα, πολλαπλασιάζουμε τον ακέραιο αριθμό επί τον αριθμητή του κλάσματος.

Παραδείγματα:

$$3 \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{5} = \frac{6}{5} = 1 \frac{1}{5}$$



$$3 \cdot \frac{6}{7} = \frac{6}{7} + \frac{6}{7} + \frac{6}{7} = \frac{3 \cdot 6}{7} = \frac{18}{7} = 2 \frac{4}{7}$$

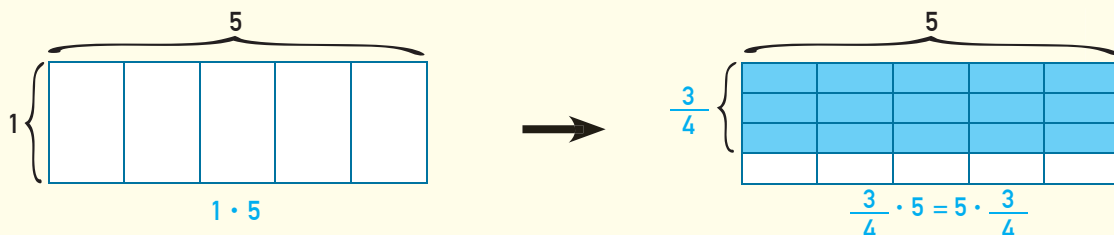


$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \cdot 5 &= 5 \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \\ &= \frac{5 \cdot 3}{4} = \frac{15}{4} = 3 \frac{3}{4} \end{aligned}$$

Με βάση την αντιμεταθετική ιδιότητα, το γινόμενο $\frac{3}{4} \cdot 5$ είναι ίσο με το γινόμενο $5 \cdot \frac{3}{4}$.

Ένας άλλος τρόπος υπολογισμού του γινομένου $\frac{3}{4} \cdot 5$ είναι:

$$\frac{3}{4} \cdot 5 = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{1} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 1} = \frac{15}{4} = 3 \frac{3}{4}$$



Παραδείγματα

1. Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα.

$$(α) 3 \cdot \frac{5}{7}$$

$$(β) \frac{2}{5} \cdot 3$$

Λύση:

$$\begin{aligned}(α) 3 \cdot \frac{5}{7} &= \frac{5}{7} + \frac{5}{7} + \frac{5}{7} \\ &= \frac{3 \cdot 5}{7} \\ &= \frac{15}{7} = 2\frac{1}{7}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(β) \frac{2}{5} \cdot 3 &= 3 \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} \\ &= \frac{3 \cdot 2}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}\end{aligned}$$

Με βάση την αντιμεταθετική ιδιότητα, το γινόμενο $\frac{2}{5} \cdot 3$ είναι ίσο με το γινόμενο $3 \cdot \frac{2}{5}$.

2. Να υπολογίσετε τα γινόμενα. Να γράψετε την απάντηση στην πιο απλή μορφή.

$$(α) \frac{7}{8} \cdot 24$$

$$(β) 8 \cdot \frac{5}{12}$$

Λύση:

(α) Η αριθμητική παράσταση μπορεί να απλοποιηθεί, γιατί το 8 και το 24 έχουν κοινό διαιρέτη το 8, $\text{ΜΚΔ}(8, 24) = 8$.

$$\frac{7}{8} \cdot 24 = \frac{7}{8} \cdot \frac{24}{1} = \frac{7 \cdot \cancel{24}^3}{\cancel{8}^1 \cdot 1} = \frac{7 \cdot 3}{1 \cdot 1} = \frac{21}{1} = 21 \quad \text{ή} \quad \frac{7}{\cancel{8}^1} \cdot \cancel{24}^3 = \frac{7 \cdot 3}{1} = \frac{21}{1} = 21$$

(β) Η αριθμητική παράσταση μπορεί να απλοποιηθεί, γιατί το 8 και το 12 έχουν κοινό διαιρέτη το 4, $\text{ΜΚΔ}(8, 12) = 4$.

$$8 \cdot \frac{5}{12} = \frac{8}{1} \cdot \frac{5}{12} = \frac{\cancel{8}^2 \cdot 5}{1 \cdot \cancel{12}^3} = \frac{2 \cdot 5}{1 \cdot 3} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3} \quad \text{ή} \quad \cancel{8}^2 \cdot \frac{5}{\cancel{12}^3} = \frac{2 \cdot 5}{3} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$$

Μια αριθμητική παράσταση μπορεί να απλοποιηθεί, όταν ο αριθμητής και ο παρονομαστής έχουν κοινό διαιρέτη.

3. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Ο Παύλος χρειάζεται $\frac{2}{3}$ L γάλα, για να παρασκευάσει μια δόση μπισκότα. Πόσα λίτρα γάλα χρειάζεται, για να ετοιμάσει 15 δόσεις;

(β) Το σχολείο της Κατερίνας έχει 21 αίθουσες. Στα $\frac{2}{3}$ των αιθουσών του σχολείου εγκαταστάθηκαν διαδραστικοί πίνακες. Σε πόσες αίθουσες του σχολείου εγκαταστάθηκαν διαδραστικοί πίνακες;

Λύση:

(α) Υπολογίζουμε το αποτέλεσμα της μαθηματικής πρότασης $15 \cdot \frac{2}{3}$.

$$15 \cdot \frac{2}{3} = \frac{\overset{5}{\cancel{15}} \cdot 2}{\underset{1}{\cancel{3}}} = \frac{5 \cdot 2}{1} = \frac{10}{1} = 10$$

Ο Παύλος χρειάζεται 10 L γάλα.

(β) Υπολογίζουμε το αποτέλεσμα της μαθηματικής πρότασης $\frac{2}{3} \cdot 21$.

$$\frac{2}{\underset{1}{\cancel{3}}} \cdot \overset{7}{\cancel{21}} = \frac{2 \cdot 7}{1} = \frac{14}{1} = 14$$

Εγκαταστάθηκαν διαδραστικοί πίνακες σε 14 αίθουσες του σχολείου της Κατερίνας.

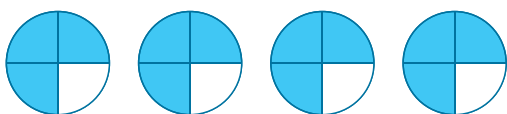
Δραστηριότητες

1. Να συμπληρώσετε τον πίνακα, όπως στο παράδειγμα.

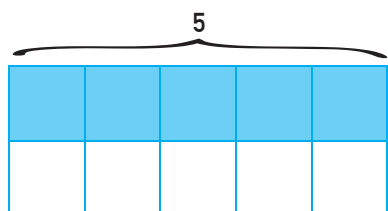
Λεκτική περιγραφή	Αναπαράσταση	Μαθηματική πρόταση και αποτέλεσμα
9 φορές το $\frac{1}{2}$		$9 \cdot \frac{1}{2} = \frac{9 \cdot 1}{2} = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$
2 φορές τα $\frac{2}{3}$		
4 φορές τα $\frac{2}{6}$		
Τα $\frac{2}{5}$ του 6		
Τα $\frac{3}{4}$ του 7		

2. Να γράψετε μια μαθηματική πρόταση για κάθε εικόνα και να υπολογίσετε το αποτέλεσμα.

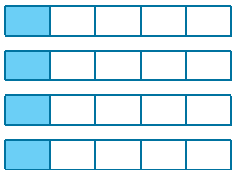
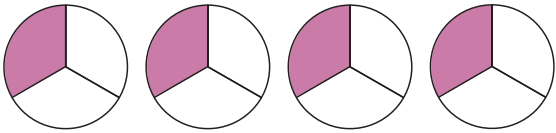
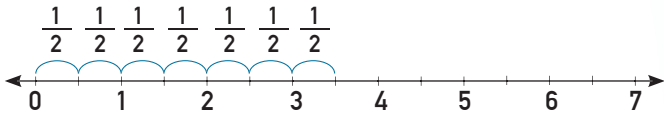
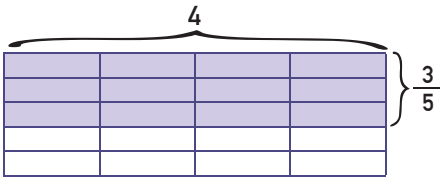
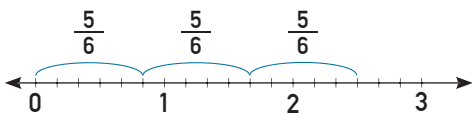
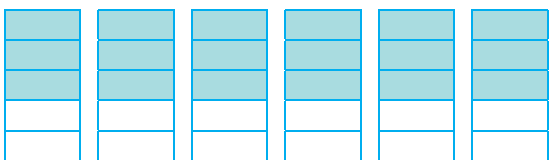
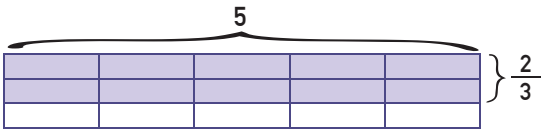
(α)



(β)



3. Να αντιστοιχίσετε.

$4 \cdot \frac{1}{3}$	
$4 \cdot \frac{1}{5}$	
$\frac{3}{5}$ του 6	
$3 \cdot \frac{5}{6}$	
$\frac{3}{5} \cdot 4$	
$7 \cdot \frac{1}{2}$	
$\frac{2}{3}$ του 5	

4. Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα στο τετράδιό σας. Να γράψετε την απάντηση στην πιο απλή μορφή.

(α) $5 \cdot \frac{1}{8}$

(β) $4 \cdot \frac{6}{9}$

(γ) $\frac{2}{3} \cdot 7$

(δ) $\frac{3}{4} \cdot 12$

(ε) $\frac{2}{15} \cdot 10$

(στ) $3 \cdot \frac{5}{12}$

(ζ) $\frac{5}{6} \cdot 24$

(η) $12 \cdot \frac{7}{8}$

5. Να επιλέξετε τη μαθηματική πρόταση που ταιριάζει σε κάθε πρόβλημα.

(α) Η Βασιλική αφιέρωσε τα $\frac{2}{5}$ της προπόνησής της στην ποδηλασία και το $\frac{1}{3}$ στις ασκήσεις εδάφους. Τι μέρος της προπόνησής της αφιέρωσε στην ποδηλασία και στις ασκήσεις εδάφους;

(i) $\frac{2}{5} - \frac{1}{3}$

(ii) $\frac{2}{5} + \frac{1}{3}$

(iii) $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5}$

(iv) $\frac{1}{3} - \frac{2}{5}$

(β) Η Αυγή θα χρησιμοποιήσει τα $\frac{3}{4}$ μιας δωδεκάδας αυγών, για να ετοιμάσει ομελέτα. Πόσα αυγά θα χρησιμοποιήσει;

(i) $\frac{3}{4} \cdot 12$

(ii) $12 \div \frac{3}{4}$

(iii) $12 - \frac{3}{4}$

(iv) $\frac{3}{4} \div 12$

(γ) Ο Νίκος προπονείται στην κολύμβηση 5 μέρες την εβδομάδα. Σε κάθε προπόνηση καλύπτει $\frac{8}{10}$ km. Πόσα χιλιόμετρα καλύπτει κάθε εβδομάδα στην προπόνηση ο Νίκος;

(i) $5 + \frac{8}{10}$

(ii) $5 - \frac{8}{10}$

(iii) $\frac{8}{10} - 5$

(iv) $5 \cdot \frac{8}{10}$

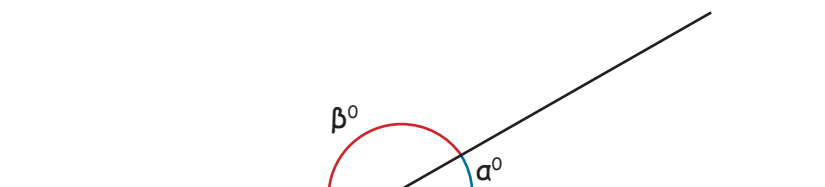
6. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) Ο Θανάσης έχει 3 kg καρότα. Χρειάζεται $\frac{1}{4}$ kg καρότα για την ετοιμασία γλυκού καρότου. Πόσα κιλά θα του περισσέψουν;

(β) Ο Τάσος αμείβεται με €12 για κάθε ώρα που εργάζεται. Την προηγούμενη εβδομάδα εργάστηκε συνολικά 40 ώρες. Ξόδεψε τα $\frac{2}{3}$ της αμοιβής του για αγορά καινούριου κινητού τηλεφώνου. Πόσα κόστιζε το τηλέφωνο που αγόρασε ο Τάσος;

(γ) Ο Γιάννης ένωσε 4 ίσα κομμάτια ξύλου που το καθένα είχε μήκος $\frac{2}{5}$ m, για να κατασκευάσει μια τετράγωνη κορνίζα. Πόση ήταν η περίμετρος της κορνίζας;

(δ) Το μέτρο της γωνίας $\hat{\alpha}$ είναι το $\frac{1}{6}$ του μέτρου της ευθείας γωνίας. Πόσο είναι το μέτρο της γωνίας $\hat{\beta}$;



7. Να γράψετε ένα πρόβλημα για καθεμιά από τις πιο κάτω μαθηματικές προτάσεις. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) $5 \cdot \frac{3}{8}$

(β) $\frac{3}{8} \cdot 5$

8. Να συμπληρώσετε με τα σύμβολα $<$, $>$ ή $=$.

(α) $4 \cdot \frac{2}{3} \square \frac{2}{3} \cdot 3$

(β) $\frac{4}{6} \cdot (9 + 6) \square 15 \cdot \frac{4}{6}$

(γ) $\frac{1}{2} \cdot 4 \square \frac{1}{4} \cdot 8$

(δ) $(5 \cdot \frac{3}{4}) \cdot \frac{2}{5} \square (5 \cdot \frac{3}{4}) \cdot \frac{2}{7}$

9. Να συμπληρώσετε, ώστε να ισχύουν οι ισότητες.

(α) $5 \cdot \square = \frac{5}{2}$

(β) $\frac{\square}{4} \cdot 4 = 3$

(γ) $\frac{3}{5} \cdot \square = 6$

(δ) $\frac{4}{\square} \cdot 10 = 8$

(ε) $\frac{\square}{8} \cdot 7 = 1\frac{3}{4}$

(στ) $\frac{2}{3} \cdot \square = 3\frac{1}{3}$

10. Να χρησιμοποιήσετε την αντιμεταθετική και την προσεταιριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού, για να υπολογίσετε τα γινόμενα, όπως στο παράδειγμα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

$$15 \cdot 6 \cdot \frac{2}{5} = \overset{3}{\cancel{15}} \cdot \overset{2}{\cancel{5}} \cdot 6 = \frac{3 \cdot 2 \cdot 6}{1} = 36$$

(α) $25 \cdot 6 \cdot \frac{2}{5}$

(β) $\frac{5}{9} \cdot 8 \cdot 18$

(γ) $\frac{3}{14} \cdot 5 \cdot 7$

(δ) $12 \cdot 9 \cdot \frac{3}{16}$

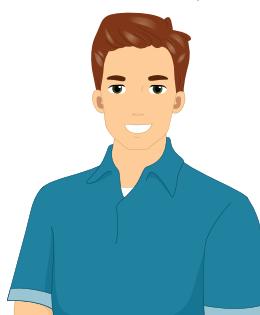
(ε) $4 \cdot 9 \cdot \frac{5}{8}$

(στ) $\frac{4}{9} \cdot 8 \cdot 6$

Πιτσαρία «Νοστιμιά».
Πώς μπορώ να σας
βοηθήσω;



Θα ήθελα μια πίτσα. Η μισή
να έχει κοτόπουλο και η
άλλη μισή ανανά. Το $\frac{1}{2}$
της πίτσας με κοτόπουλο
θα ήθελα να έχει ελιές
και το $\frac{1}{4}$ της πίτσας με
ανανά να έχει καλαμπόκι.



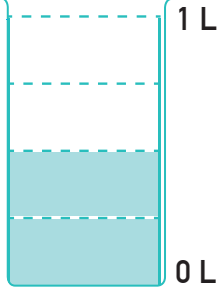
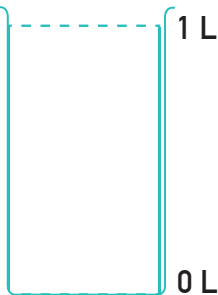
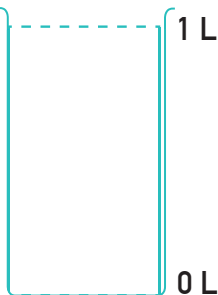
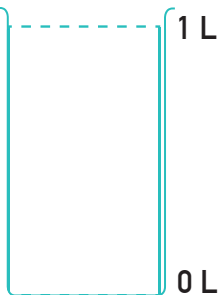
Ο πελάτης αυτός είναι
σίγουρα μαθηματικός!



Να κάνετε ένα σχέδιο, για να δείξετε την πίτσα που παράγγειλε ο πελάτης.

Διερεύνηση 1

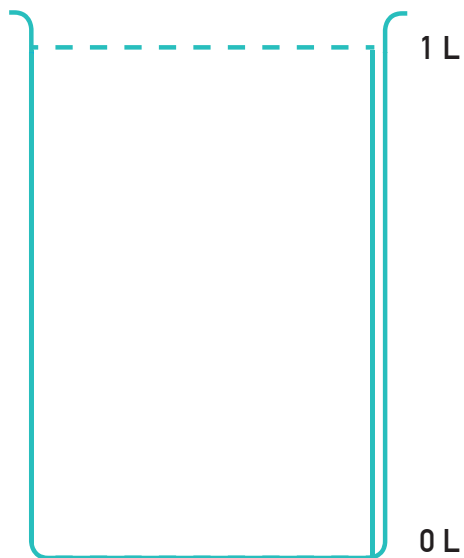
Ο Δημήτρης χρειάζεται $\frac{1}{4}$ L χυμό βατόμουρο για την ετοιμασία μιας δόσης γρανίτας. Να συμπληρώσετε τον πίνακα, για να υπολογίσετε την ποσότητα του χυμού που χρειάζεται ο Δημήτρης σε κάθε περίπτωση.

	Λεκτική έκφραση	Αναπαράσταση	Μαθηματική πρόταση
διπλάσια δόση	2 φορές το $\frac{1}{4}$		$2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 1}{4} = \frac{2}{4}$
1 δόση			
$\frac{1}{2}$ της δόσης			
$\frac{1}{4}$ της δόσης			

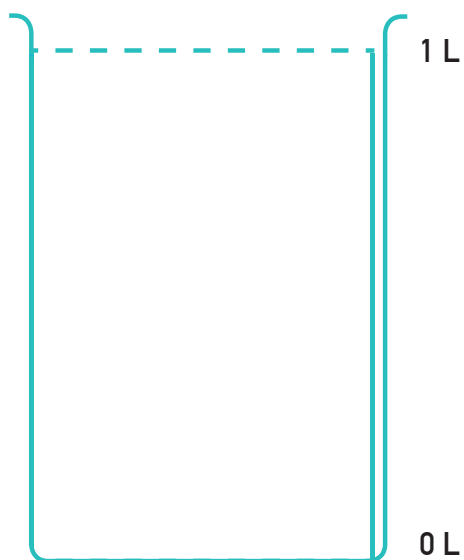
(α) Τι παρατηρείτε;

(β) Να δείξετε και να υπολογίσετε πόσο χυμό θα χρειαστεί ο Δημήτρης, αν θα ετοιμάσει:

(i) $\frac{2}{3}$ της δόσης



(ii) $\frac{3}{4}$ της δόσης



(α) Να υπολογίσετε τα γινόμενα.

$$2 \cdot \frac{1}{4} =$$

$$1 \cdot \frac{1}{4} =$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} =$$

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} =$$

$$\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{4} =$$

$$4 \cdot \frac{1}{5} =$$

$$2 \cdot \frac{1}{5} =$$

$$1 \cdot \frac{1}{5} =$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} =$$

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} =$$

(i) Ποια μοτίβα παρατηρείτε;

(ii) Με ποιο τρόπο προκύπτουν τα πιο πάνω γινόμενα;

(β) Να δείξετε με ποιο τρόπο μπορείτε να υπολογίσετε τα πιο κάτω γινόμενα.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} =$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} =$$

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} =$$

(γ) Να περιγράψετε έναν τρόπο υπολογισμού του γινομένου δύο κλασματικών αριθμών.

Νέες Έννοιες

• Πολλαπλασιασμός κλασμάτων

Για να πολλαπλασιάσουμε δύο κλάσματα, πολλαπλασιάζουμε αριθμητή επί αριθμητή και παρονομαστή επί παρονομαστή.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{\gamma}{\delta} = \frac{a \cdot \gamma}{b \cdot \delta}$$

Παράδειγμα:

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 7} = \frac{15}{28}$$

$$\frac{2}{9} \cdot \frac{6}{7} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 7} = \frac{4}{21}$$

- Για κάθε αριθμό $\frac{a}{b}$ (α και β ακέραιοι αριθμοί και $b \neq 0$), υπάρχει μοναδικός αριθμός $\frac{\beta}{a}$ που ονομάζεται **αντίστροφος** του, ώστε το γινόμενο τους να είναι ίσο με 1.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{\beta}{a} = 1$$

Παράδειγμα:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 2} = 1$$

Παραδείγματα

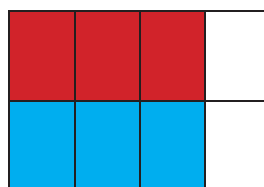
1. Να αναπαραστήσετε και να υπολογίσετε το γινόμενο $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$.

Λύση:

Στο ορθογώνιο σκιάζουμε τα $\frac{3}{4}$.



Στη συνέχεια σκιάζουμε το $\frac{1}{2}$ των $\frac{3}{4}$.



Το $\frac{1}{2}$ των $\frac{3}{4}$ που έχουμε σκιάσει είναι τα $\frac{3}{8}$ του αρχικού ορθογωνίου.

$$\text{Άρα, } \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} = \frac{3}{8}$$

2. Να υπολογίσετε τα γινόμενα. Να γράψετε την απάντηση στην πιο απλή μορφή.

(α) $\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{6}$

(β) $\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{5}$

Λύση:

(α) $\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{6} = \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 6} = \frac{5}{18}$

(β) Απλοποιούμε και στη συνέχεια πολλαπλασιάζουμε ως εξής:

$$\frac{\cancel{3}^1}{\cancel{8}_2} \cdot \frac{\cancel{4}^1}{5} = \frac{3 \cdot 1}{2 \cdot 5} = \frac{3}{10}$$

3. Να γράψετε τον αντίστροφο κάθε αριθμού.

(α) $\frac{3}{4}$

(β) 5

Λύση:

(α) Ο αντίστροφος αριθμός των $\frac{3}{4}$ είναι τα $\frac{4}{3}$, γιατί $\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{4}}} \cdot \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{1}{\cancel{3}}} = 1$

(β) $5 = \frac{5}{1}$. Άρα, ο αντίστροφος αριθμός του 5 είναι το $\frac{1}{5}$, γιατί $\overset{1}{\cancel{5}} \cdot \frac{1}{\underset{1}{\cancel{5}}} = 1$

4. Να συμπληρώσετε τον αριθμό που λείπει.

(α) $\frac{3}{\boxed{}} \cdot \frac{4}{3} = 1$

(β) $\frac{6}{8} \cdot \frac{\boxed{}}{6} = 1$

Λύση:

Το κάθε γινόμενο είναι ίσο με 1. Άρα, οι δύο αριθμοί σε κάθε περίπτωση είναι αντίστροφοι.

(α) $\frac{3}{\boxed{4}} \cdot \frac{4}{3} = 1$

(β) $\frac{6}{8} \cdot \frac{\boxed{8}}{6} = 1$

5. Να συμπληρώσετε.

(α) $\frac{4}{5} \cdot \frac{\boxed{}}{3} = \frac{8}{15}$

(β) $\frac{3}{4} \cdot \frac{6}{\boxed{}} = \frac{18}{28}$

Λύση:

(α) $\frac{4}{5} \cdot \frac{\boxed{}}{3} = \frac{4 \cdot \boxed{}}{5 \cdot 3} = \frac{8}{15}$, άρα $\frac{4}{5} \cdot \frac{\boxed{2}}{3} = \frac{8}{15}$

(β) $\frac{3}{4} \cdot \frac{6}{\boxed{}} = \frac{3 \cdot 6}{4 \cdot \boxed{}} = \frac{18}{28}$, άρα $\frac{3}{4} \cdot \frac{6}{\boxed{7}} = \frac{18}{28}$

6. Να επιλύσετε το πρόβλημα.

Ένα μπουκάλι περιείχε $\frac{1}{3}$ L γάλα. Ο Γιάννης χρησιμοποίησε το $\frac{1}{2}$ από το περιεχόμενο του μπουκαλιού. Πόσο γάλα χρησιμοποίησε ο Γιάννης;

Λύση:

Για να βρούμε το $\frac{1}{2}$ του $\frac{1}{3}$ L γάλα, υπολογίζουμε το αποτέλεσμα της μαθηματικής πρότασης

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot$$

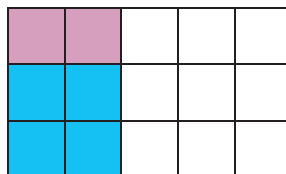
$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{6}$$

Ο Γιάννης χρησιμοποίησε $\frac{1}{6}$ L γάλα.

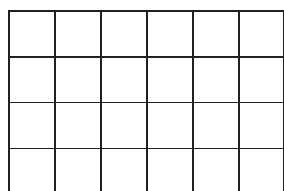
Δραστηριότητες

1. Να αναπαραστήσετε και να υπολογίσετε τα πιο κάτω γινόμενα, όπως στο παράδειγμα.

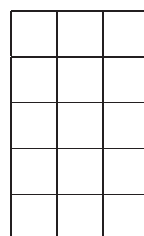
$$\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 5} = \frac{2}{15}$$



(α) $\frac{1}{6} \cdot \frac{3}{4} =$



(β) $\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} =$



(γ) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} =$



(δ) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} =$



2. Να υπολογίσετε τα γινόμενα στο τετράδιό σας. Να γράψετε την απάντηση στην πιο απλή μορφή.

(α) $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5}$

(β) $\frac{2}{3} \cdot \frac{7}{8}$

(γ) $7 \cdot \frac{1}{7}$

(δ) $\frac{4}{15} \cdot \frac{3}{7}$

(ε) $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4}$

(στ) $\frac{7}{10} \cdot 5$

(ζ) $\frac{6}{15} \cdot \frac{1}{12}$

(η) $\frac{4}{6} \cdot \frac{5}{6}$

(θ) $\frac{9}{5} \cdot \frac{5}{9}$

(ι) $\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{7}{4}$

(κ) $5 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5} \cdot 12$

(λ) $\frac{3}{7} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{6}{9} \cdot \frac{7}{3}$

3. Να συμπληρώσετε.

$\frac{2}{7} \cdot \square = 1$

$6 \cdot \square = 1$

$\frac{1}{8} \cdot \square = 1$

$\frac{9}{5} \cdot \square = 1$

4. Να επιλέξετε το πρόβλημα που ταιριάζει σε κάθε μαθηματική πρόταση.

(α) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = v$

(i) Το $\frac{1}{4}$ των φυτών στον κήπο του σχολείου είναι λεβάντες και τα $\frac{2}{3}$ των φυτών είναι δεντρολίβανα. Τι μέρος των φυτών αποτελούν οι λεβάντες και τα δεντρολίβανα;

(ii) Ο Βαγγέλης είχε ένα κομμάτι ύφασμα με μήκος $\frac{2}{3}$ m. Έκοψε ένα κομμάτι με μήκος $\frac{1}{4}$ m, για να κατασκευάσει μια κούκλα. Πόσα μέτρα υφάσματος περίσσεψαν;

(iii) Το $\frac{1}{4}$ των παιδιών ενός σχολείου θα πάνε στον κινηματογράφο. Τα $\frac{2}{3}$ των παιδιών αυτών θέλουν να παρακολουθήσουν ταινία δράσης. Τι μέρος των παιδιών του σχολείου θέλουν να παρακολουθήσουν ταινία δράσης;

(β) $\frac{3}{4} + \frac{1}{8} = v$

(i) Ο Χρύσης χρησιμοποίησε $\frac{3}{4}$ kg άσπρη ζάχαρη και $\frac{1}{8}$ kg καφέ ζάχαρη, για την παρασκευή ενός γλυκού. Πόση ζάχαρη χρησιμοποίησε συνολικά;

(ii) Τα $\frac{3}{4}$ της σελίδας ενός περιοδικού χρησιμοποιήθηκαν για την παρουσίαση των ειδήσεων, το $\frac{1}{8}$ για αγγελίες και το υπόλοιπο μέρος για διαφημίσεις. Τι μέρος της σελίδας χρησιμοποιήθηκε για διαφημίσεις;

(iii) Τα $\frac{3}{4}$ των μαθητών στο σχολείο της Δανάης παρακολουθούν μαθήματα μουσικής. Το $\frac{1}{8}$ των μαθητών αυτών παρακολουθούν μαθήματα κιθάρας. Τι μέρος των μαθητών του σχολείου παρακολουθούν μαθήματα κιθάρας;

(γ) $\frac{3}{8} \cdot \frac{1}{3} = v$

(i) Μια εργοληπτική εταιρεία αγόρασε το $\frac{1}{3}$ ενός τεμαχίου γης. Τα $\frac{3}{8}$ του χώρου αυτού θα χρησιμοποιηθούν για την ανέγερση εμπορικού κέντρου. Τι μέρος ολόκληρου του τεμαχίου γης θα καταλαμβάνει το εμπορικό κέντρο;

(ii) Ένας δήμος θα κατασκευάσει ένα καινούριο πάρκο. Το γήπεδο καλαθοσφαίρισης θα καλύπτει το $\frac{1}{3}$ του πάρκου και το γήπεδο ποδοσφαίρου τα $\frac{3}{8}$ του πάρκου. Τι μέρος του πάρκου θα καλύπτουν τα δύο γήπεδα;

(iii) Σε ένα εμπορικό κέντρο, το $\frac{1}{3}$ των καταστημάτων είναι καταστήματα υπόδησης και τα $\frac{3}{8}$ είναι καταστήματα ένδυσης. Τα υπόλοιπα είναι καταστήματα παιδικής μόδας. Τι μέρος των καταστημάτων αποτελούν τα καταστήματα παιδικής μόδας;

5. Να γράψετε ένα πρόβλημα για καθεμιά από τις πιο κάτω μαθηματικές προτάσεις. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}$

(β) $4 \cdot \frac{2}{3}$

(γ) $\frac{2}{7} \cdot \frac{1}{2}$

6. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) Ο κύριος Βασίλης χρησιμοποιεί ένα μηχάνημα για τη σήμανση του οδοστρώματος με γραμμές. Θα βάψει μια λευκή γραμμή μήκους $\frac{2}{5}$ km. Με την μπογιά που υπήρχε στο μηχάνημα έβαψε τα $\frac{3}{4}$ της γραμμής. Πόσο μήκος έχει η γραμμή που έβαψε μέχρι τώρα ο κύριος Βασίλης;

(β) Η Ζωή είχε στον λογαριασμό της €468. Την Τρίτη κατέθεσε μια επιταγή αξίας €150. Την Τετάρτη αποκόπηκε από τον λογαριασμό της το $\frac{1}{3}$ των χρημάτων για την πληρωμή του ηλεκτρικού ρεύματος. Πόσα χρήματα έμειναν στον λογαριασμό της Ζωής, μετά τις δύο αυτές συναλλαγές;

(γ) Σε έναν φούρνο είναι διαθέσιμα προς πώληση τα $\frac{3}{4}$ ενός ταψιού με σπανακόπιτα. Σε μια ώρα πωλήθηκαν τα $\frac{2}{3}$ της ποσότητας αυτής. Τι μέρος του ταψιού καλύπτει η σπανακόπιτα που έμεινε;

7. Να συμπληρώσετε.

(α) $\frac{2}{\square} \cdot \frac{5}{2} = 1$

(β) $3 \cdot \frac{\square}{3} = 1$

(γ) $\frac{1}{2} \cdot \frac{\square}{4} = \frac{3}{8}$

(δ) $\frac{2}{\square} \cdot \frac{\square}{5} = \frac{8}{15}$

(ε) $\frac{2}{3} \cdot \frac{\square}{\square} = \frac{2}{5}$

(στ) $\frac{\square}{\square} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$

8. Να συμπληρώσετε με το σύμβολο $<$, $>$ ή $=$, χωρίς να κάνετε τις πράξεις.

(α) $\frac{5}{6} \cdot \frac{6}{5} \bigcirc 1$

(β) $2 \cdot \frac{3}{4} \bigcirc 1$

(γ) $4 \cdot \frac{1}{8} \bigcirc 1$

(δ) $\frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} \bigcirc 1$

(ε) $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \bigcirc \frac{1}{2}$

(στ) $\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} \bigcirc \frac{1}{2}$

Να επεξηγήσετε το σκεπτικό κάθε παιδιού.

Το γινόμενο της μαθηματικής πρότασης $\frac{7}{8} \cdot 2\frac{2}{3}$ είναι μικρότερο από το $2\frac{2}{3}$.



Άρης

Το γινόμενο της μαθηματικής πρότασης $\frac{8}{7} \cdot 2\frac{2}{3}$ είναι μεγαλύτερο από το $2\frac{2}{3}$.



Φαίδρα

Διερεύνηση 2

Η Έλενα, ο Γιάννης και η Νικολέτα χρησιμοποίησαν διαφορετικές μεθόδους, για να υπολογίσουν το γινόμενο $3 \cdot 2\frac{3}{4}$

(α) Να περιγράψετε τη μέθοδο που χρησιμοποίησε κάθε παιδί.

$$\begin{aligned} 3 \cdot 2\frac{3}{4} &= 3 \cdot (2 + \frac{3}{4}) \\ &= (3 \cdot 2) + (3 \cdot \frac{3}{4}) \\ &= 6 + (\frac{3 \cdot 3}{4}) \\ &= 6 + \frac{9}{4} \\ &= 6 + 2\frac{1}{4} \\ &= 8\frac{1}{4} \end{aligned}$$

Γιάννης

$$\begin{aligned} 3 \cdot 2\frac{3}{4} &= 3 \cdot \frac{11}{4} \\ &= (\frac{3 \cdot 11}{4}) \\ &= \frac{33}{4} \\ &= 8\frac{1}{4} \end{aligned}$$

Έλενα

$$\begin{aligned} 3 \cdot 2\frac{3}{4} &= 2\frac{3}{4} + 2\frac{3}{4} + 2\frac{3}{4} \\ &= 6 + \frac{9}{4} \\ &= 6 + 2\frac{1}{4} \\ &= 8\frac{1}{4} \end{aligned}$$

Νικολέτα

(β) Να υπολογίσετε τα πιο κάτω γινόμενα.

$$4 \cdot 2\frac{2}{3} =$$

$$\frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{5} =$$

$$2\frac{1}{4} \cdot 1\frac{2}{5} =$$

Νέες Έννοιες

• Πολλαπλασιασμός ακέραιου επί μικτό αριθμό

Για να πολλαπλασιάσουμε έναν ακέραιο επί ένα μικτό αριθμό:

- μετατρέπουμε τον μικτό αριθμό σε καταχρηστικό κλάσμα και πολλαπλασιάζουμε

Παράδειγμα:

$$4 \cdot 2\frac{3}{5} = 4 \cdot \frac{13}{5} = \frac{4 \cdot 13}{5} = \frac{52}{5} = 10\frac{2}{5}$$

ή

- εφαρμόζουμε την επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση και κάνουμε τις πράξεις

Παράδειγμα:

$$4 \cdot 2\frac{3}{5} = 4 \cdot (2 + \frac{3}{5}) = (4 \cdot 2) + (4 \cdot \frac{3}{5}) = 8 + \frac{12}{5} = 8 + 2\frac{2}{5} = 10\frac{2}{5}$$

ή

- γράφουμε τον πολλαπλασιασμό ως επαναλαμβανόμενη πρόσθεση και υπολογίζουμε το άθροισμα

Παράδειγμα:

$$\begin{aligned} 4 \cdot 2\frac{3}{5} &= 2\frac{3}{5} + 2\frac{3}{5} + 2\frac{3}{5} + 2\frac{3}{5} = (2 + 2 + 2 + 2) + (\frac{3}{5} + \frac{3}{5} + \frac{3}{5} + \frac{3}{5}) \\ &= 8 + \frac{12}{5} = 8 + 2\frac{2}{5} = 10\frac{2}{5} \end{aligned}$$

Νέες Έννοιες

- Πολλαπλασιασμός μικτών αριθμών

Για να πολλαπλασιάσουμε μικτούς αριθμούς, τους μετατρέπουμε σε καταχρηστικά κλάσματα και πολλαπλασιάζουμε.

Παράδειγμα:

$$\begin{aligned} 2\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{3} &= \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{5 \cdot \overset{2}{\cancel{4}}}{\underset{1}{\cancel{2}} \cdot 3} \\ &= \frac{5 \cdot 2}{1 \cdot 3} = \frac{10}{3} \\ &= 3\frac{1}{3} \end{aligned}$$

Παραδείγματα

1. Να εκτιμήσετε το αποτέλεσμα των πιο κάτω μαθηματικών προτάσεων.

$$(α) 2\frac{1}{4} \cdot 3\frac{3}{5}$$

$$(β) 5\frac{1}{10} \cdot 7\frac{8}{9}$$

Λύση:

$$(α) 2\frac{1}{4} \cdot 3\frac{3}{5} \approx 2 \cdot 4 = 8$$

$$(β) 5\frac{1}{10} \cdot 7\frac{8}{9} \approx 5 \cdot 8 = 40$$

Το σύμβολο " $\approx$ "
διαβάζεται
"είναι περίπου
ίσο με".

2. Να εκτιμήσετε κατά πόσο το αποτέλεσμα της μαθηματικής πρότασης $1\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5}$ είναι μεγαλύτερο, μικρότερο ή ίσο του $\frac{3}{5}$. Στη συνέχεια, να υπολογίσετε το αποτέλεσμα.

Λύση:

Εκτίμηση:

Το αποτέλεσμα θα είναι μεγαλύτερο από το $\frac{3}{5}$, αφού το $1\frac{2}{3}$ είναι μεγαλύτερο από το 1.

Υπολογισμός:

$$\begin{aligned} 1\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} &= \frac{3}{5} \cdot 1\frac{2}{3} = \frac{3}{5} \cdot (1 + \frac{2}{3}) = (\frac{3}{5} \cdot 1) + (\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3}) \\ &= \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \\ &= \frac{5}{5} = 1 \end{aligned}$$

ή

$$1\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{\cancel{3}^1}{\cancel{3}_1} \cdot \frac{\cancel{3}^1}{\cancel{5}_1} = 1$$

3. Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα της μαθηματικής πρότασης $1\frac{1}{2} \cdot 3\frac{2}{5}$.

Λύση:

$$1\frac{1}{2} \cdot 3\frac{2}{5} = \frac{3}{2} \cdot \frac{17}{5} = \frac{51}{10} = 5\frac{1}{10}$$

4. Για την παρασκευή ενός γλυκού, χρειάζονται $1\frac{1}{4}$ kg ζάχαρη. Πόσα κιλά ζάχαρη χρειάζεται η Αλεξία, αν ετοιμάσει 3 τέτοια γλυκά;

Λύση:

Υπολογίζουμε το αποτέλεσμα της μαθηματικής πρότασης $3 \cdot 1\frac{1}{4}$.

$$3 \cdot 1\frac{1}{4} = 3 \cdot \frac{5}{4} = \frac{3 \cdot 5}{4} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$$

Η Αλεξία χρειάζεται $3\frac{3}{4}$ kg ζάχαρη.

Δραστηριότητες

1. Να εκτιμήσετε το αποτέλεσμα των πιο κάτω μαθηματικών προτάσεων.

$$(α) 3 \cdot 2\frac{5}{6}$$

$$(β) \frac{1}{2} \cdot 6\frac{1}{7}$$

$$(γ) 2\frac{7}{8} \cdot 1\frac{1}{11}$$

$$(δ) 12\frac{2}{25} \cdot 2\frac{11}{12}$$

2. Να εκτιμήσετε κατά πόσο το αποτέλεσμα των πιο κάτω μαθηματικών προτάσεων είναι μεγαλύτερο ή μικρότερο του $\frac{2}{5}$. Στη συνέχεια, να υπολογίσετε το αποτέλεσμα.

$$(α) 2\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5}$$

$$(β) \frac{8}{3} \cdot \frac{2}{5}$$

$$(γ) \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5}$$

3. Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα των πιο κάτω μαθηματικών προτάσεων στο τετράδιό σας. Να γράψετε την απάντηση στην πιο απλή μορφή.

(α) $2 \cdot 4\frac{5}{6}$

$6 \cdot 3\frac{1}{4}$

$2 \cdot 4\frac{1}{3}$

$1\frac{7}{8} \cdot 4$

(β) $\frac{2}{5} \cdot 2\frac{3}{7}$

$5\frac{3}{8} \cdot \frac{1}{3}$

$\frac{4}{6} \cdot 2\frac{3}{4}$

$8\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5}$

(γ) $2\frac{3}{4} \cdot 1\frac{2}{7}$

$7\frac{5}{10} \cdot 2\frac{2}{5}$

$8\frac{3}{11} \cdot 1\frac{2}{5}$

$1\frac{2}{5} \cdot 2\frac{5}{14}$

(δ) $5 \cdot 1\frac{3}{5} \cdot 1\frac{5}{8}$

$1\frac{5}{6} \cdot 3\frac{2}{7} \cdot 2$

$4\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{15} \cdot 6$

$5\frac{3}{4} \cdot 8 \cdot 1\frac{1}{2}$

4. Να επιλέξετε τη μαθηματική πρόταση που ταιριάζει σε κάθε πρόβλημα.

(α) Ο Νίκος αγόρασε μια συσκευασία με μήλα που ζυγίζει $3\frac{2}{3}$ kg και μια συσκευασία με πορτοκάλια που ζυγίζει $3\frac{4}{5}$ kg. Πόσα κιλά ζυγίζουν τα φρούτα που αγόρασε ο Νίκος;

(i) $3\frac{4}{5} - 3\frac{2}{3}$

(ii) $3\frac{2}{3} \cdot 3\frac{4}{5}$

(iii) $3\frac{2}{3} + 3\frac{4}{5}$

(iv) $3\frac{4}{5} \div 3\frac{2}{3}$

(β) Η Χαρά γυμνάζεται για $3\frac{3}{4}$ ώρες κάθε εβδομάδα. Αφιερώνει τα $\frac{2}{5}$ του χρόνου αυτού στην αερόβια γυμναστική. Πόσες ώρες την εβδομάδα αφιερώνει η Χαρά στην αερόβια γυμναστική;

(i) $\frac{2}{5} \cdot 3\frac{3}{4}$

(ii) $3\frac{3}{4} + \frac{2}{5}$

(iii) $3\frac{3}{4} - \frac{2}{5}$

(iv) $3\frac{3}{4} \div \frac{2}{5}$

(γ) Η απόσταση του σπιτιού του Γιάννη από το πάρκο είναι $2\frac{3}{5}$ km ενώ του Χάρη είναι $5\frac{3}{4}$ km. Πόσο πιο μακριά είναι το σπίτι του Χάρη από το πάρκο σε σχέση με το σπίτι του Γιάννη;

(i) $2\frac{3}{5} \cdot 5\frac{3}{4}$

(ii) $5\frac{3}{4} - 2\frac{3}{5}$

(iii) $5\frac{3}{4} \div 2\frac{3}{5}$

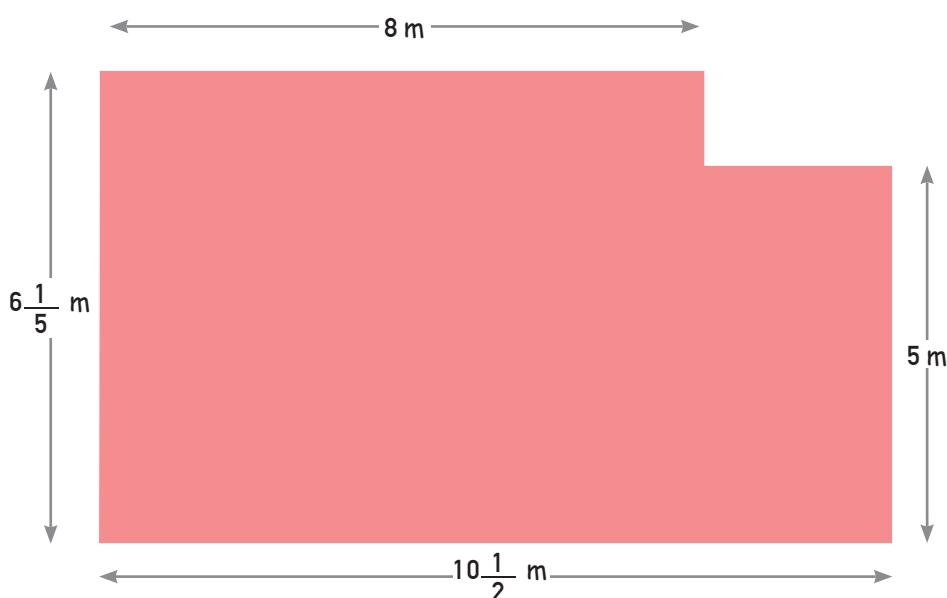
(iv) $2\frac{3}{5} + 5\frac{3}{4}$

5. Να επιλύσετε τα προβλήματα, στο τετράδιό σας.

(α) Ο Νικόλας θα ετοιμάσει σαλάτα με ζυμαρικά, με βάση τη διπλανή συνταγή. Να υπολογίσετε την ποσότητα που χρειάζεται από κάθε υλικό, αν ετοιμάσει $2\frac{1}{2}$ δόσεις.

Σαλάτα με ζυμαρικά (1 δόση)	
Υλικά	Ποσότητα (ποτήρια)
Μπρόκολο	$1\frac{1}{4}$
Ζυμαρικά	$3\frac{1}{4}$
Τυρί	$\frac{2}{3}$

(β) Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδόν του πιο κάτω οικοπέδου.



6. Να γράψετε με τη σειρά τις μαθηματικές προτάσεις, αρχίζοντας από αυτή που έχει το μικρότερο αποτέλεσμα, χωρίς να κάνετε υπολογισμούς. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

$$\frac{9}{10} \cdot 32,54$$

$$\frac{20}{20} \cdot 32,54$$

$$\frac{18}{15} \cdot 32,54$$

$$\frac{1}{4} \cdot 32,54$$

(α) Ο Παύλος έχει 3 πίτσες και θα τις κόψει σε ίσα κομμάτια. Να δείξετε και να υπολογίσετε πόσα κομμάτια θα πάρει, αν κάθε πίτσα την κόψει σε κομμάτια:

**Μαθηματική πρόταση
και απάντηση**

(i) του $\frac{1}{2}$ της πίτσας



(ii) του $\frac{1}{3}$ της πίτσας



(iii) του $\frac{1}{4}$ της πίτσας



(β) Να δείξετε και να υπολογίσετε πόσα κομμάτια θα πάρει, αν κάθε πίτσα την κόψει σε κομμάτια:

**Μαθηματική πρόταση
και απάντηση**

(i) του $\frac{1}{8}$ της πίτσας



(ii) των $\frac{2}{8}$ της πίτσας



(iii) των $\frac{3}{8}$ της πίτσας



(γ) Με βάση τον τρόπο που εργαστήκατε στα ερωτήματα (α) και (β), να υπολογίσετε τα πιο κάτω πηλίκα.

$$3 \div \frac{1}{4} =$$

$$3 \div \frac{2}{4} =$$

$$3 \div \frac{3}{4} =$$

$$4 \div \frac{1}{5} =$$

$$4 \div \frac{2}{5} =$$

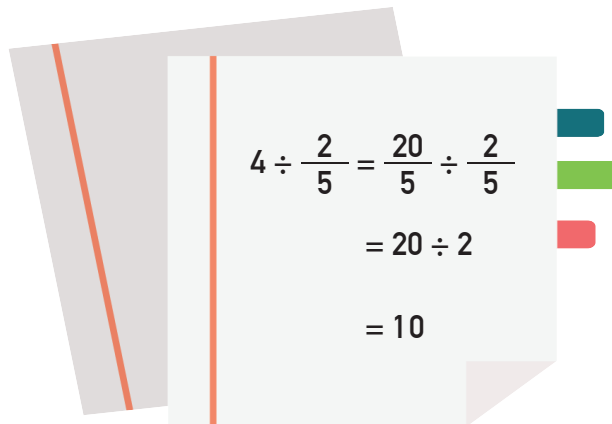
$$4 \div \frac{4}{5} =$$

(δ) Να επεξηγήσετε γιατί $8 \div \frac{1}{3} = 24$ και $8 \div \frac{2}{3} = 12$.

(ε) Να περιγράψετε έναν τρόπο υπολογισμού του πηλίκου ενός ακέραιου αριθμού με έναν κλασματικό αριθμό.

Διερεύνηση 2

Ο Σωτήρης χρησιμοποίησε τον πιο κάτω τρόπο, για να υπολογίσει το πηλίκο $4 \div \frac{2}{5}$.


$$\begin{aligned} 4 \div \frac{2}{5} &= \frac{20}{5} \div \frac{2}{5} \\ &= 20 \div 2 \\ &= 10 \end{aligned}$$

(α) Να περιγράψετε τον τρόπο με τον οποίο εργάστηκε ο Σωτήρης.

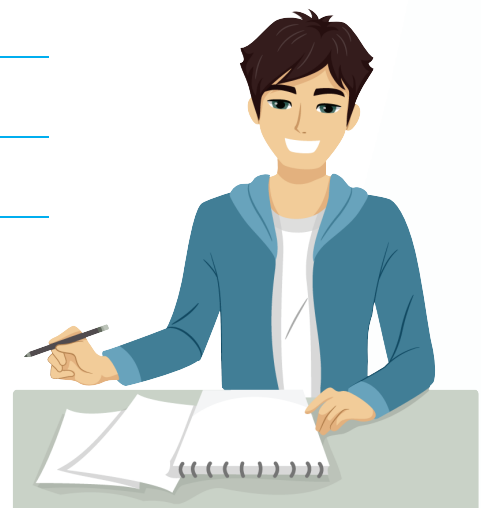
(β) Να χρησιμοποιήσετε τον τρόπο του Σωτήρη, για να υπολογίσετε τα πιο κάτω πηλίκα.

$$2 \div \frac{4}{6} =$$

$$8 \div \frac{2}{3} =$$

$$3 \div \frac{4}{5} =$$

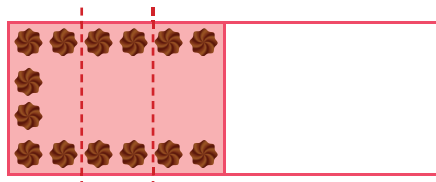
(γ) Να περιγράψετε έναν τρόπο υπολογισμού του πηλίκου ενός ακέραιου αριθμού με έναν κλασματικό αριθμό.



(α) Η κυρία Αντιγόνη θα μοιράσει ένα κομμάτι τούρτας σε 3 παιδιά. Να δείξετε και να υπολογίσετε την ποσότητα που θα πάρει το κάθε παιδί, αν η κυρία Αντιγόνη έχει στη διάθεσή της:

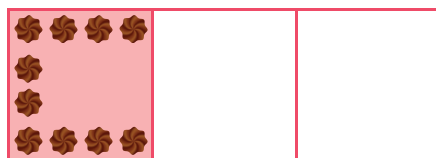
**Μαθηματική πρόταση
και απάντηση**

(i) το $\frac{1}{2}$ της τούρτας

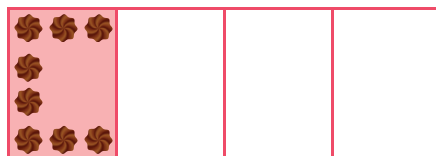


$$\frac{1}{2} \div 3 = \frac{3}{6} \div 3 = \frac{1}{6}$$

(ii) το $\frac{1}{3}$ της τούρτας



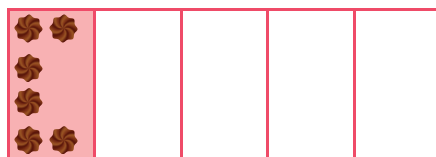
(iii) το $\frac{1}{4}$ της τούρτας



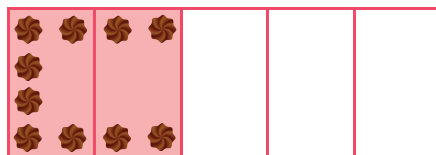
(β) Να δείξετε και να υπολογίσετε το μέρος της τούρτας που θα πάρει το κάθε παιδί, αν η κυρία Αντιγόνη έχει στη διάθεσή της:

**Μαθηματική πρόταση
και απάντηση**

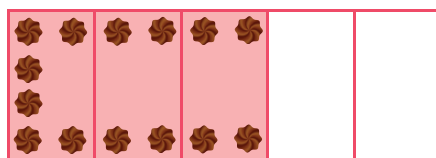
(i) το $\frac{1}{5}$ της τούρτας



(ii) τα $\frac{2}{5}$ της τούρτας



(iii) τα $\frac{3}{5}$ της τούρτας



(γ) Με βάση τον τρόπο που εργαστήκατε στα ερωτήματα (α) και (β), να υπολογίσετε τα πιο κάτω πηλίκα.

$$\frac{1}{4} \div 2 =$$

$$\frac{2}{4} \div 2 =$$

$$\frac{3}{4} \div 2 =$$

$$\frac{1}{6} \div 3 =$$

$$\frac{2}{6} \div 3 =$$

$$\frac{4}{6} \div 3 =$$

(δ) Να περιγράψετε έναν τρόπο υπολογισμού του πηλίκου ενός κλασματικού αριθμού με έναν ακέραιο αριθμό.

Νέες Έννοιες

Διαίρεση ακέραιου αριθμού με κλάσμα

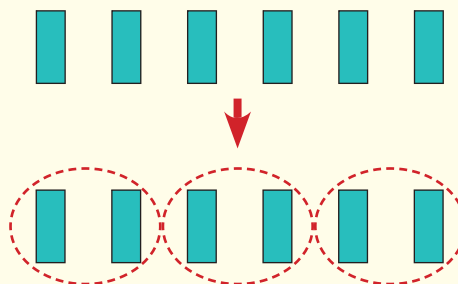
- Ένας τρόπος να ερμηνεύσουμε τη διαίρεση $6 \div 2$ είναι να υπολογίσουμε πόσες δυάδες έχει το 6.

$$6 \div 2$$

Πόσες δυάδες έχει το 6;

$$6 \div 2 = 3$$

Το 6 έχει 3 δυάδες.



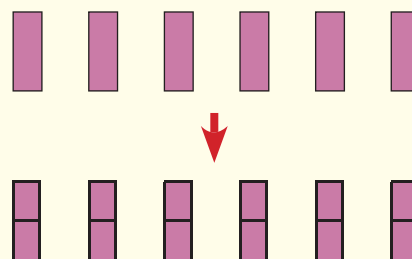
Με τον ίδιο τρόπο μπορούμε να ερμηνεύσουμε και τη διαίρεση $6 \div \frac{1}{2}$.

$$6 \div \frac{1}{2}$$

Πόσα μισά έχει το 6;

$$6 \div \frac{1}{2} = \frac{12}{2} \div \frac{1}{2} = 12 \div 1 = 12$$

Το 6 έχει 12 μισά.



- Για να διαιρέσουμε έναν ακέραιο αριθμό με ένα κλάσμα:

- Γράφουμε τον ακέραιο αριθμό ως κλάσμα, ώστε ο διαιρετέος και ο διαιρέτης να είναι ομώνυμα κλάσματα. Στη συνέχεια, διαιρούμε τους αριθμητές.

ή

- Αντιστρέφουμε το δεύτερο κλάσμα και κάνουμε πολλαπλασιασμό.

Παράδειγμα:

$$6 \div \frac{2}{3}$$

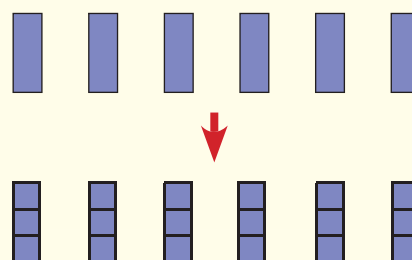
Πόσα κομμάτια των $\frac{2}{3}$ έχει το 6;

$$6 \div \frac{2}{3} = \frac{18}{3} \div \frac{2}{3} = 18 \div 2 = 9$$

Το 6 έχει 9 κομμάτια των $\frac{2}{3}$.

ή

$$6 \div \frac{2}{3} = \frac{6}{1} \div \frac{2}{3} = \frac{\overset{3}{\cancel{6}}}{1} \cdot \frac{\underset{1}{\cancel{3}}}{2} = \frac{3 \cdot 3}{1 \cdot 1} = \frac{9}{1} = 9$$



Νέες Έννοιες

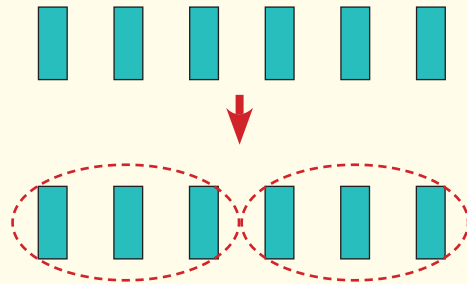
Διαίρεση κλάσματος με ακέραιο αριθμό

- Ένας άλλος τρόπος να ερμηνεύσουμε τη διαίρεση $6 \div 2$ είναι να μοιράσουμε το 6 σε δύο ίσες ομάδες.

$$6 \div 2$$

$$6 \div 2 = 3$$

Το 6 μοιράζεται σε 2 ίσες ομάδες των 3.

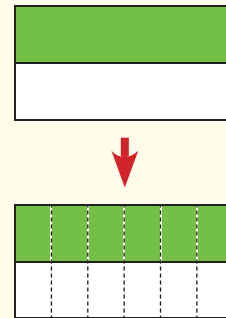


Με τον ίδιο τρόπο μπορούμε να ερμηνεύσουμε και τη διαίρεση $\frac{1}{2} \div 6$.

$$\frac{1}{2} \div 6$$

Το $\frac{1}{2}$ είναι ισοδύναμο κλάσμα με τα $\frac{6}{12}$.

$$\frac{1}{2} \div 6 = \frac{6}{12} \div 6 = \frac{1}{12}$$



- Για να διαιρέσουμε ένα κλάσμα με έναν ακέραιο αριθμό:
 - Μετατρέπουμε το κλάσμα σε ένα ισοδύναμο κλάσμα, ώστε ο αριθμητής να είναι πολλαπλάσιο του διαιρέτη. Στη συνέχεια, διαιρούμε τον αριθμητή του κλάσματος με τον διαιρέτη.
 - ή
 - Αντιστρέφουμε το δεύτερο κλάσμα και κάνουμε πολλαπλασιασμό.

Παράδειγμα:

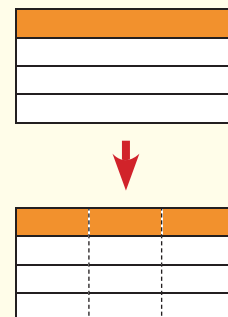
$$\frac{1}{4} \div 3$$

Το $\frac{1}{4}$ είναι ισοδύναμο κλάσμα με τα $\frac{3}{12}$.

$$\text{Άρα, } \frac{1}{4} \div 3 = \frac{3}{12} \div 3 = \frac{1}{12}$$

ή

$$\frac{1}{4} \div 3 = \frac{1}{4} \div \frac{3}{1} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$



Παραδείγματα

1. Να αναπαραστήσετε και να υπολογίσετε το πηλίκο $5 \div \frac{1}{4}$.

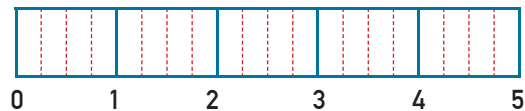
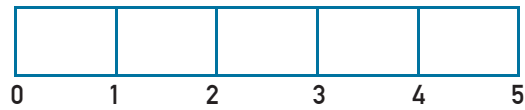
Λύση:

$$5 \div \frac{1}{4} = \frac{20}{4} \div \frac{1}{4} = 20 \div 1 = 20$$

Το 5 έχει 20 κομμάτια του $\frac{1}{4}$.

ή

$$5 \div \frac{1}{4} = \frac{5}{1} \div \frac{1}{4} = \frac{5}{1} \cdot \frac{4}{1} = \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 1} = \frac{20}{1} = 20$$



2. Να αναπαραστήσετε και να υπολογίσετε το πηλίκο $\frac{1}{3} \div 4$

Λύση:

Το $\frac{1}{3}$ είναι ισοδύναμο κλάσμα με τα $\frac{4}{12}$.

$$\text{Άρα, } \frac{1}{3} \div 4 = \frac{4}{12} \div 4 = \frac{1}{12}$$

ή

$$\frac{1}{3} \div 4 = \frac{1}{3} \div \frac{4}{1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 1}{3 \cdot 4} = \frac{1}{12}$$



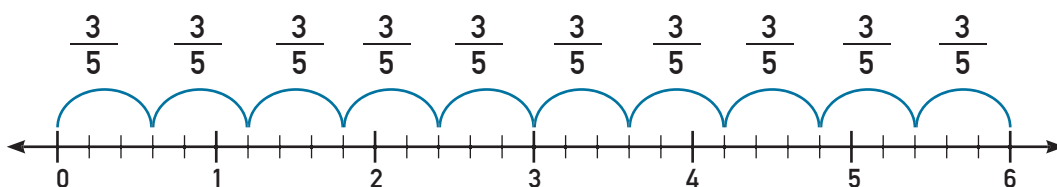
3. Να υπολογίσετε τα πιο κάτω πηλίκα και να επαληθεύσετε την απάντησή σας.

(α) $6 \div \frac{3}{5} =$

(β) $\frac{3}{5} \div 5 =$

Λύση:

(α) $6 \div \frac{3}{5} = \frac{30}{5} \div \frac{3}{5} = 30 \div 3 = 10$

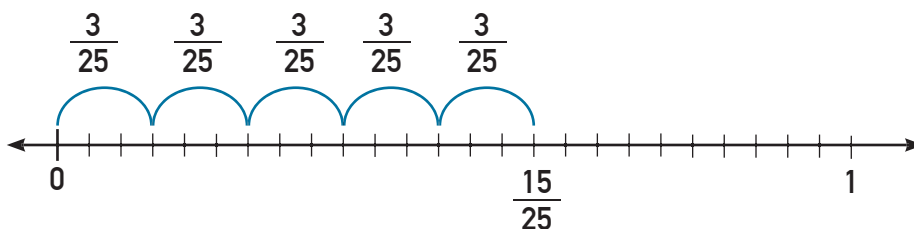


ή

$$6 \div \frac{3}{5} = \frac{6}{1} \div \frac{3}{5} = \frac{\overset{2}{\cancel{6}}}{1} \cdot \frac{5}{\underset{1}{\cancel{3}}} = \frac{2 \cdot 5}{1 \cdot 1} = \frac{10}{1} = 10$$

Επαλήθευση: $\overset{2}{\cancel{10}} \cdot \frac{\underset{1}{\cancel{3}}}{5} = \frac{2 \cdot 3}{1} = \frac{6}{1} = 6$

(β) $\frac{3}{5} \div 5 = \frac{15}{25} \div 5 = \frac{3}{25}$



ή

$$\frac{3}{5} \div 5 = \frac{3}{5} \div \frac{5}{1} = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3 \cdot 1}{5 \cdot 5} = \frac{3}{25}$$

Επαλήθευση: $\overset{1}{\cancel{5}} \cdot \frac{3}{\underset{5}{\cancel{25}}} = \frac{1 \cdot 3}{5} = \frac{3}{5}$

4. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Ο Γιάννης μοίρασε $\frac{3}{4}$ L γάλα σε 2 δοχεία. Πόση είναι η ποσότητα γάλακτος σε κάθε δοχείο;

(β) Ένα ποτήρι χωρεί $\frac{1}{4}$ L λεμονάδα. Πόσα ποτήρια γεμίζουν από 3 L λεμονάδας;

Λύση:

(α) Υπολογίζουμε το αποτέλεσμα της μαθηματικής πρότασης $\frac{3}{4} \div 2$.

Τα $\frac{3}{4}$ θα μοιραστούν σε 2 ίσα μέρη.

Τα $\frac{3}{4}$ είναι ισοδύναμα με τα $\frac{6}{8}$.

$$\text{Άρα, } \frac{3}{4} \div 2 = \frac{6}{8} \div 2 = \frac{3}{8}$$

ή

$$\frac{3}{4} \div 2 = \frac{3}{4} \div \frac{2}{1} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 2} = \frac{3}{8}$$

Η ποσότητα γάλακτος σε κάθε δοχείο είναι $\frac{3}{8}$ L.

(β) Υπολογίζουμε το αποτέλεσμα της μαθηματικής πρότασης $3 \div \frac{1}{4}$.

Πόσα τέταρτα έχει το 3;

$$3 \div \frac{1}{4} = \frac{12}{4} \div \frac{1}{4} = 12 \div 1 = 12$$

Το 3 έχει 12 κομμάτια του $\frac{1}{4}$.

ή

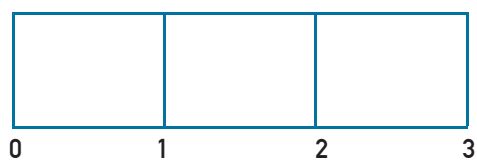
$$3 \div \frac{1}{4} = \frac{3}{1} \div \frac{1}{4} = \frac{3}{1} \cdot \frac{4}{1} = \frac{3 \cdot 4}{1 \cdot 1} = \frac{12}{1} = 12$$

Γεμίζουν 12 ποτήρια.

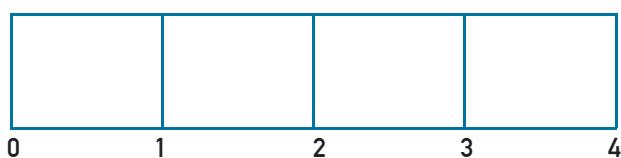
Δραστηριότητες

1. Να αναπαραστήσετε και να υπολογίσετε τα πηλίκα.

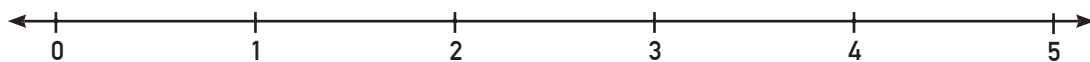
(α) $3 \div \frac{1}{2}$



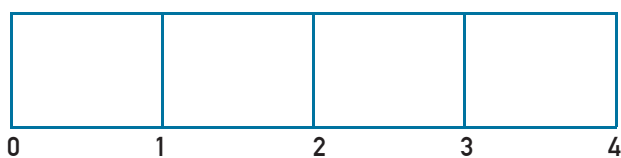
(β) $4 \div \frac{1}{3}$



(γ) $5 \div \frac{1}{2}$



(δ) $4 \div \frac{2}{3}$



(ε) $5 \div \frac{2}{3}$



2. Να αναπαραστήσετε και να υπολογίσετε τα πιο κάτω πηλίκα.

$$(α) \frac{1}{2} \div 4$$



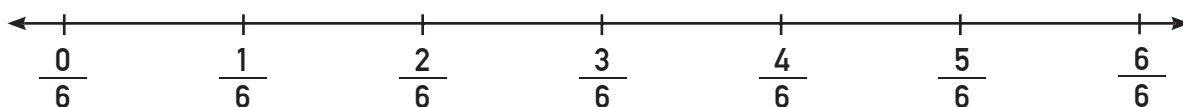
$$(β) \frac{1}{3} \div 4$$



$$(γ) \frac{3}{4} \div 4$$



$$(δ) \frac{1}{6} \div 2$$



$$(ε) \frac{2}{5} \div 4$$



3. Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα των πιο κάτω μαθηματικών προτάσεων και να επαληθεύσετε την απάντησή σας. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

A.

$$(α) 5 \div \frac{1}{3}$$

$$(β) 8 \div \frac{1}{5}$$

$$(γ) 6 \div \frac{1}{8}$$

$$(δ) 24 \div \frac{1}{6}$$

$$(ε) 9 \div \frac{3}{4}$$

$$(στ) 10 \div \frac{5}{8}$$

$$(ζ) 7 \div \frac{2}{3}$$

$$(η) 5 \div \frac{4}{5}$$

B.

$$(α) \frac{4}{6} \div 2$$

$$(β) \frac{8}{12} \div 4$$

$$(γ) \frac{3}{5} \div 3$$

$$(δ) \frac{15}{20} \div 5$$

$$(ε) \frac{1}{4} \div 4$$

$$(στ) \frac{1}{10} \div 2$$

$$(ζ) \frac{3}{8} \div 5$$

$$(η) \frac{2}{5} \div 3$$

4. Να επιλέξετε τη μαθηματική πρόταση που ταιριάζει σε κάθε πρόβλημα.

(α) Η κυρία Σοφία είχε ένα κομμάτι κορδέλα με μήκος $\frac{8}{10}$ m. Το έκοψε σε 4 ίσα κομμάτια. Πόσο είναι το μήκος κάθε κομματιού;

(i) $4 \div \frac{8}{10}$

(ii) $4 \cdot \frac{8}{10}$

(iii) $\frac{8}{10} \div 4$

(iv) $\frac{8}{10} + 4$

(β) Μια συσκευασία χυμών περιέχει 4 ίδια κουτιά. Πόσα λίτρα χυμού περιέχει η συσκευασία, αν κάθε κουτί περιέχει $\frac{3}{4}$ L;

(i) $\frac{3}{4} \div 4$

(ii) $4 \cdot \frac{3}{4}$

(iii) $4 \div \frac{3}{4}$

(iv) $4 - \frac{3}{4}$

5. Να γράψετε ένα πρόβλημα, για καθεμιά από τις πιο κάτω μαθηματικές προτάσεις. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) $4 \div \frac{2}{3}$

(β) $\frac{2}{3} \div 4$

6. Να επιλύσετε τα προβλήματα στο τετράδιό σας.

(α) Ο Δήμος θα μοιράσει στα ίσα $\frac{1}{5}$ kg τροφής σε 3 γάτους. Πόση ποσότητα τροφής θα δώσει σε κάθε γάτο;

(β) Ο Μανώλης θα τρέξει στον μαραθώνιο δρόμο. Την πρώτη μέρα της προπόνησής του έτρεξε $8\frac{1}{4}$ km. Τη δεύτερη μέρα έτρεξε την τριπλάσια απόσταση. Πόσα χιλιόμετρα έτρεξε ο Μανώλης τη δεύτερη μέρα;

(γ) Ο Πάνος ετοίμασε 6 L πορτοκαλάδα. Μοίρασε την ποσότητα αυτή σε δοχεία που το καθένα χωρεί $\frac{2}{5}$ L. Πόσα δοχεία χρειάστηκε;

(δ) Η Ελισάβετ έφτιαξε δύο είδη μπισκότων. Για το πρώτο είδος, χρησιμοποίησε $2\frac{1}{8}$ kg ζάχαρη και για το δεύτερο είδος $\frac{3}{4}$ kg ζάχαρη. Πόσα κιλά ζάχαρη χρειάστηκε συνολικά;

(ε) Οι μαθητές της Στ' τάξης επισκέφθηκαν το μουσείο. Το κόστος για τη μεταφορά και την είσοδο στο μουσείο ήταν €256. Το κόστος για την είσοδό τους στο μουσείο αντιστοιχεί στο $\frac{1}{4}$ του συνολικού κόστους. Ποιο ήταν το κόστος της μεταφοράς των μαθητών στο μουσείο;

Ο Παντελής, η Φιλοθέη και ο Ηλίας εργάστηκαν με διαφορετικούς τρόπους, για να υπολογίσουν το πηλίκο $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3}$.

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{6} \div \frac{2}{6} = 3 \div 2 = \frac{3}{2}$$

Παντελής

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{6}{12} \div \frac{4}{12} = 6 \div 4 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

Φιλοθέη

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{9}{18} \div \frac{6}{18} = 9 \div 6 = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

Ηλίας

(α) Να επεξηγήσετε τον τρόπο που εργάστηκε το κάθε παιδί.

(β) Να υπολογίσετε τα πιο κάτω πηλίκα.

(i) $\frac{2}{3} \div \frac{1}{4} =$

(ii) $\frac{1}{2} \div \frac{3}{5} =$

(iii) $\frac{3}{4} \div \frac{2}{3} =$

(γ) Να περιγράψετε έναν τρόπο υπολογισμού του πηλίκου δύο κλασμάτων.

(α) Να υπολογίσετε.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
$1 \div \frac{1}{6} = \frac{6}{6} \div \frac{1}{6} = 6 \div 1 = 6$	$1 \cdot \frac{6}{1} = \frac{1 \cdot 6}{1} = \frac{6}{1} = 6$
$2 \div \frac{1}{4} = \frac{8}{4} \div \frac{1}{4} = 8 \div 1 =$	$2 \cdot \frac{4}{1} = \frac{2 \cdot 4}{1} = \frac{8}{1} =$
$3 \div \frac{6}{8} =$ $=$	$3 \cdot \frac{8}{6} =$ $=$
$\frac{2}{3} \div \frac{1}{6} =$ $=$	$\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{1} =$ $=$
$\frac{1}{2} \div \frac{2}{5} =$ $=$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} =$ $=$
$\frac{6}{8} \div \frac{2}{3} =$ $=$	$\frac{6}{8} \cdot \frac{3}{2} =$ $=$

(β) Τι παρατηρείτε στον πιο πάνω πίνακα;

(γ) Με βάση τις παρατηρήσεις σας, ποιος είναι ένας εύκολος τρόπος για τον υπολογισμό των πιο κάτω πηλίκων;

$$\frac{2}{5} \div \frac{1}{3} =$$

$$\frac{3}{8} \div \frac{1}{12} =$$

$$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} =$$

Νέες Έννοιες

Διαίρεση κλάσματος με κλάσμα

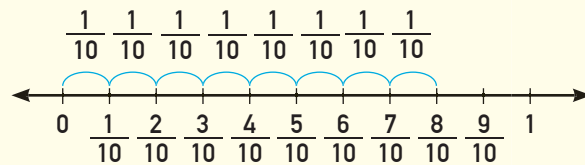
• Για να διαιρέσουμε δύο κλάσματα:

- μετατρέπουμε τα δύο κλάσματα σε ομώνυμα και διαιρούμε τους αριθμητές
ή
- αντιστρέφουμε το δεύτερο κλάσμα και κάνουμε πολλαπλασιασμό

Παράδειγμα:

$$\frac{4}{5} \div \frac{1}{10}$$

$$\frac{4}{5} \div \frac{1}{10} = \frac{8}{10} \div \frac{1}{10} = 8 \div 1 = 8$$



ή

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{10}$$

$$\frac{4}{5} \div \frac{1}{10} = \frac{4}{\cancel{5}_1} \cdot \frac{\cancel{10}^2}{1} = \frac{4 \cdot 2}{1 \cdot 1} = \frac{8}{1} = 8$$

Παραδείγματα

1. Να υπολογίσετε τα πηλίκα.

$$(α) \frac{1}{2} \div \frac{1}{8} =$$

$$(β) \frac{3}{5} \div \frac{1}{4} =$$

$$(γ) 2\frac{2}{3} \div 1\frac{1}{2} =$$

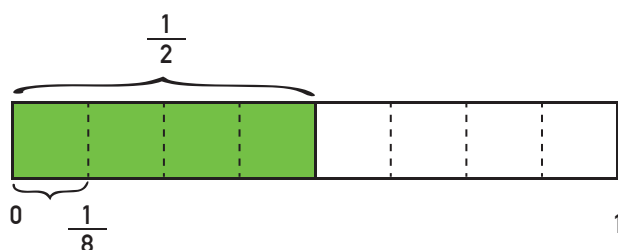
Λύση:

(α) Μετατρέπουμε τα κλάσματα σε ομώνυμα.

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{8} = \frac{4}{8} \div \frac{1}{8} = 4 \div 1 = 4$$

ή

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{8} = \frac{1}{\cancel{2}^1} \cdot \frac{\cancel{8}^4}{1} = \frac{1 \cdot 4}{1 \cdot 1} = \frac{4}{1} = 4$$

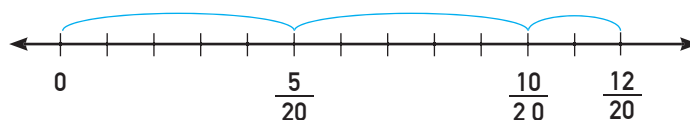


(β) Μετατρέπουμε τα κλάσματα σε ομώνυμα.

$$\frac{3}{5} \div \frac{1}{4} = \frac{12}{20} \div \frac{5}{20} = 12 \div 5 = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

ή

$$\frac{3}{5} \div \frac{1}{4} = \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{1} = \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 1} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$



(γ) Μετατρέπουμε τους μικτούς αριθμούς σε καταχρηστικά κλάσματα.

$$2\frac{2}{3} \div 1\frac{1}{2} = \frac{8}{3} \div \frac{3}{2}$$

Στη συνέχεια μετατρέπουμε τα κλάσματα σε ομώνυμα.

$$2\frac{2}{3} \div 1\frac{1}{2} = \frac{\overset{(2)}{8}}{3} \div \frac{\overset{(3)}{3}}{2} = \frac{16}{6} \div \frac{9}{6} = 16 \div 9 = \frac{16}{9} = 1\frac{7}{9}$$

ή

Αντιστρέφουμε το δεύτερο κλάσμα και κάνουμε πολλαπλασιασμό.

$$2\frac{2}{3} \div 1\frac{1}{2} = \frac{8}{3} \div \frac{3}{2} = \frac{8}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8 \cdot 2}{3 \cdot 3} = \frac{16}{9} = 1\frac{7}{9}$$

2. Ο κύριος Μανώλης έχει $4\frac{3}{8}$ L κρασί και θα το βάλει σε μπουκάλια που το καθένα χωρεί $\frac{3}{4}$ L.
Πόσα μπουκάλια θα γεμίσει;

Λύση:

Υπολογίζουμε το πηλίκο $4\frac{3}{8} \div \frac{3}{4}$.

Μετατρέπουμε τους μικτούς αριθμούς σε καταχρηστικά κλάσματα και στη συνέχεια κάνουμε τα κλάσματα ομώνυμα.

$$4\frac{3}{8} \div \frac{3}{4} = \frac{35}{8} \div \frac{\overset{(2)}{3}}{4} = \frac{35}{8} \div \frac{6}{8} = 35 \div 6 = \frac{35}{6} = 5\frac{5}{6}$$

ή

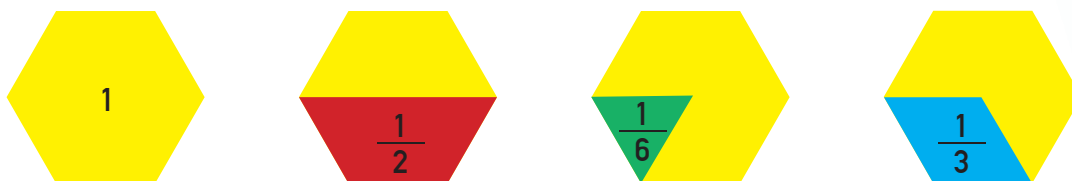
Αντιστρέφουμε το δεύτερο κλάσμα και κάνουμε πολλαπλασιασμό.

$$4\frac{3}{8} \div \frac{3}{4} = \frac{35}{\cancel{8}^2} \cdot \frac{\cancel{4}^1}{3} = \frac{35 \cdot 1}{2 \cdot 3} = \frac{35}{6} = 5\frac{5}{6}$$

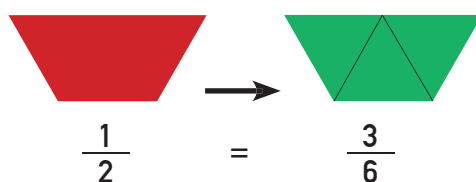
Θα γεμίσει $5\frac{5}{6}$ μπουκάλια.

Δραστηριότητες

1. Με βάση τις πιο κάτω σχέσεις να υπολογίσετε τα πηλίκα, όπως στο παράδειγμα.



$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{6} = \boxed{}$$



Άρα, $\frac{1}{2} \div \frac{1}{6} = \frac{3}{6} \div \frac{1}{6} = 3 \div 1 = 3$

(α) $\frac{1}{3} \div \frac{1}{6} = \boxed{}$

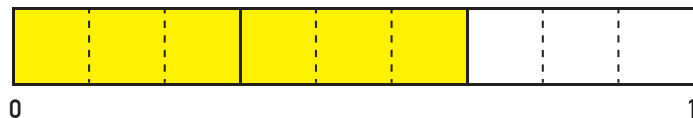
(β) $\frac{2}{3} \div \frac{1}{6} = \boxed{}$

(γ) $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \boxed{}$

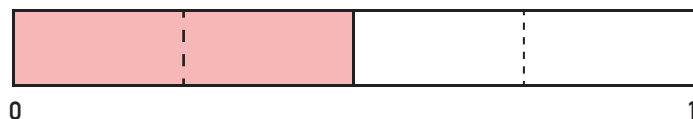
(δ) $\frac{2}{3} \div \frac{1}{2} = \boxed{}$

2. Να υπολογίσετε το πηλίκο, χρησιμοποιώντας το διάγραμμα.

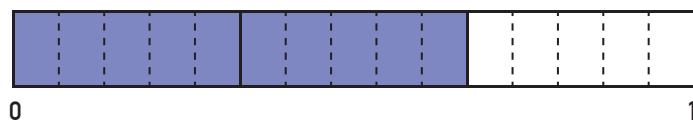
(α) $\frac{2}{3} \div \frac{1}{9} =$



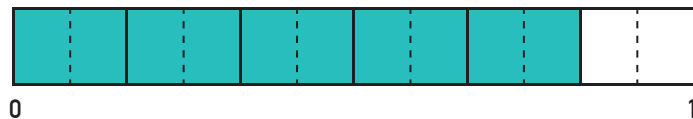
(β) $\frac{1}{2} \div \frac{1}{4} =$



(γ) $\frac{2}{3} \div \frac{1}{15} =$

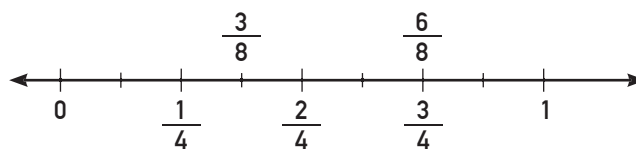


(δ) $\frac{5}{6} \div \frac{1}{12} =$

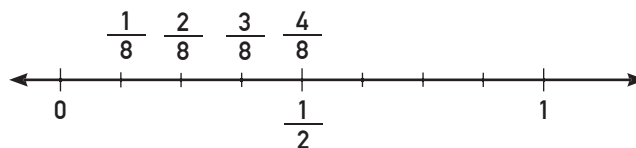


3. Να υπολογίσετε το πηλίκο, χρησιμοποιώντας την αριθμητική γραμμή.

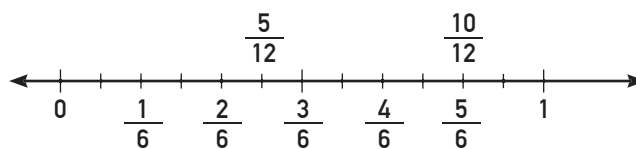
(α) $\frac{3}{4} \div \frac{3}{8} =$



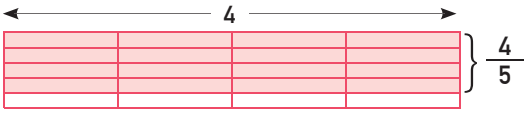
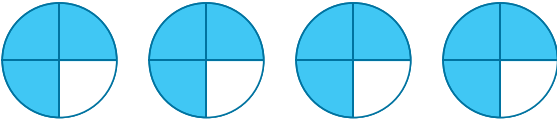
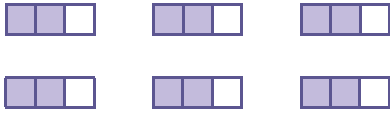
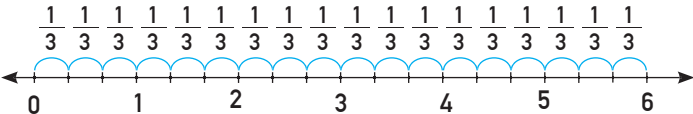
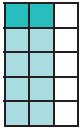
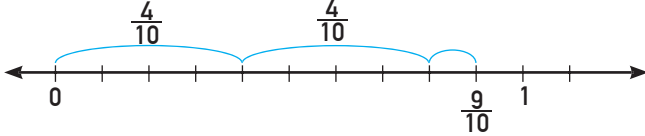
(β) $\frac{1}{2} \div \frac{1}{8} =$



(γ) $\frac{5}{6} \div \frac{5}{12} =$



4. Να αντιστοιχίσετε.

$4 \cdot \frac{3}{4}$	
$6 \div \frac{1}{3}$	
$\frac{4}{5}$ του 4	
$\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3}$	
$\frac{9}{10} \div \frac{2}{5}$	
$6 \cdot \frac{2}{3}$	

5. Να υπολογίσετε το πηλίκο. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

A.

$$(\alpha) \frac{7}{8} \div \frac{1}{8} =$$

$$(\beta) \frac{3}{4} \div \frac{1}{8} =$$

$$(\gamma) \frac{2}{9} \div \frac{1}{3} =$$

$$(\delta) \frac{4}{5} \div \frac{3}{4} =$$

$$(\epsilon) \frac{2}{5} \div \frac{1}{3} =$$

$$(\sigma\tau) \frac{5}{7} \div \frac{2}{3} =$$

B.

$$(\zeta) 2\frac{1}{2} \div \frac{3}{8} =$$

$$(\eta) 1\frac{2}{5} \div \frac{5}{6} =$$

$$(\theta) 2\frac{3}{8} \div \frac{3}{4} =$$

$$(\iota) 3\frac{1}{3} \div 1\frac{3}{5} =$$

$$(\kappa) 2\frac{6}{15} \div 1\frac{2}{5} =$$

$$(\lambda) 1\frac{9}{10} \div 2\frac{1}{2} =$$

6. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) Ο Μάρκος είχε $\frac{3}{4}$ L μπογιά. Μοίρασε την ποσότητα αυτή σε μπουκαλάκια που το καθένα χωρούσε $\frac{1}{8}$ L μπογιά. Πόσα μπουκαλάκια χρειάστηκε;

(β) Στην τάξη της Μαρίας τα $\frac{4}{5}$ των βιβλίων είναι λογοτεχνικά. Από αυτά, τα $\frac{3}{4}$ είναι γραμμένα από Έλληνες συγγραφείς. Τι μέρος των βιβλίων στην τάξη της Μαρίας είναι λογοτεχνικά βιβλία Ελλήνων συγγραφέων;

(γ) Σε έναν δῆμο κατασκευάστηκε το πρώτο τμήμα ενός δρόμου, το οποίο έχει μήκος $8\frac{1}{5}$ km. Το δεύτερο τμήμα του δρόμου θα έχει μήκος $9\frac{3}{4}$ km μεγαλύτερο από το πρώτο τμήμα. Πόσο θα είναι το συνολικό μήκος του δρόμου, όταν ολοκληρωθεί η κατασκευή του;

(δ) Μια ομάδα σκυταλοδρομίας θα διανύσει μια απόσταση $3\frac{3}{4}$ km. Κάθε μέλος της ομάδας θα διανύσει $\frac{3}{4}$ km. Από πόσα μέλη αποτελείται η ομάδα σκυταλοδρομίας;

(ε) Ο κύριος Αντρέας έχει 5 kg ζάχαρη. Χρειάζεται $\frac{3}{4}$ kg ζάχαρη για να φτιάξει μια δόση μπισκότα. Πόση ζάχαρη θα του περισσέψει, αν φτιάξει την τριπλάσια δόση μπισκότων;

(στ) Ο Μάξιμος χρειάστηκε $12\frac{1}{2}$ ώρες, για να κατασκευάσει το μοντέλο ενός τρένου. Κάθε βράδυ εργαζόταν για $1\frac{1}{4}$ ώρες. Πόσα βράδια χρειάστηκαν, για την ολοκλήρωση της κατασκευής;

(ζ) Η Ναταλία ετοιμάζει σακουλάκια με ξηρούς καρπούς για το φιλανθρωπικό παζαράκι του σχολείου της. Έχει στη διάθεσή της $6\frac{3}{4}$ kg ξηρούς καρπούς. Κάθε σακουλάκι ζυγίζει $1\frac{1}{8}$ kg. Πόσα σακουλάκια θα ετοιμάσει;

7. Να συμπληρώσετε, ώστε να ισχύουν οι πιο κάτω ισότητες.

$$(α) \frac{2}{3} \div \square = \frac{8}{9}$$

$$(β) \frac{3}{11} \div \square = \frac{12}{55}$$

$$(γ) \frac{1}{4} \div \square = \frac{9}{20}$$

$$(δ) \frac{4}{5} \div \square = \frac{28}{45}$$

$$(ε) 3\frac{1}{5} \div \square = \frac{2}{7}$$

$$(στ) 3\frac{3}{4} \div \square = 2\frac{4}{13}$$

8. Να συμπληρώσετε, όπως στο παράδειγμα.

$$\text{Αν } 4 \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{5},$$

Τότε,

$$\frac{2}{5} \cdot 4 = \frac{8}{5}$$

$$\frac{8}{5} \div 4 = \frac{2}{5}$$

$$\frac{8}{5} \div \frac{2}{5} = 4$$

$$\text{Αν } 5 \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{2},$$

Τότε,

$$\frac{1}{2} \cdot 5 =$$

$$\frac{5}{2} \div 5 =$$

$$\frac{5}{2} \div \frac{1}{2} =$$

$$\text{Αν } \frac{5}{8} \cdot \frac{2}{3} = \frac{10}{24},$$

Τότε,

$$\text{Αν } \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{10},$$

Τότε,

9. Χωρίς να κάνετε τις πράξεις, να βάλετε σε κύκλο τις μαθηματικές προτάσεις στις οποίες το πηλίκο είναι:

(α) Μεγαλύτερο από μία ακέραια μονάδα

$$4\frac{2}{3} \div 5\frac{1}{4}$$

$$3\frac{1}{8} \div 2\frac{2}{5}$$

$$1\frac{6}{7} \div 2\frac{1}{3}$$

$$5\frac{3}{4} \div 7\frac{3}{8}$$

(β) Μικρότερο από μία ακέραια μονάδα

$$2\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{3}$$

$$4\frac{1}{3} \div 2\frac{2}{5}$$

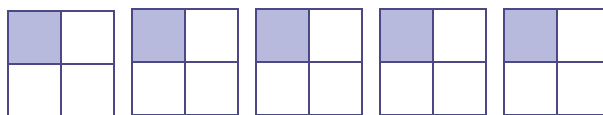
$$2\frac{1}{8} \div 3\frac{1}{3}$$

$$3\frac{1}{2} \div 1\frac{3}{5}$$

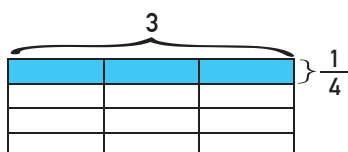
Δραστηριότητες ενότητας

1. Να αντιστοιχίσετε.

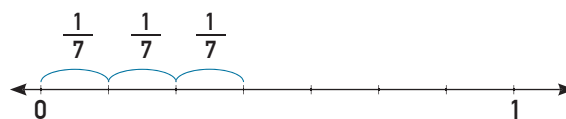
$$5 \cdot \frac{1}{4}$$



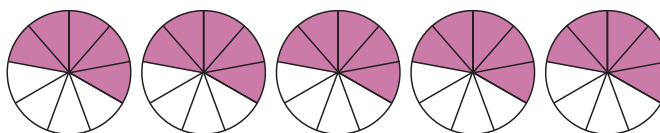
$$\frac{2}{3} \cdot 6$$



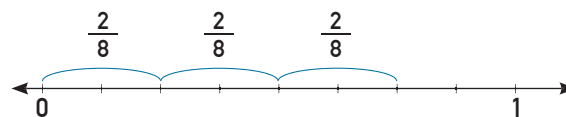
$$\frac{1}{4} \cdot 3$$



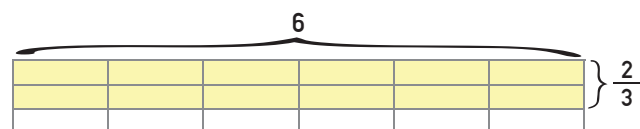
$$3 \cdot \frac{2}{8}$$



$$5 \cdot \frac{5}{9}$$

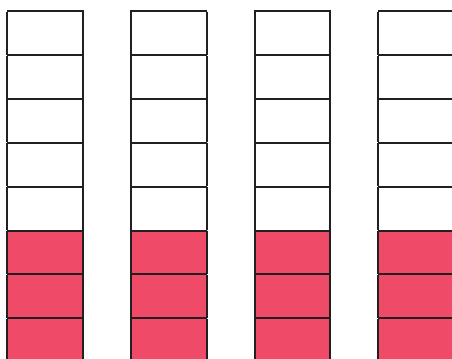


$$3 \cdot \frac{1}{7}$$



2. Να βάλετε σε κύκλο τις μαθηματικές προτάσεις που ταιριάζουν σε κάθε μοντέλο.

(α)

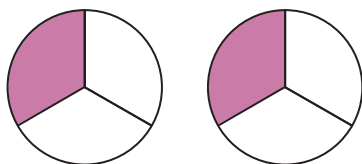


(i) $\frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8}$

(ii) $\frac{8}{3} + \frac{8}{3} + \frac{8}{3} + \frac{8}{3}$

(iii) $4 \cdot \frac{3}{8}$

(β)

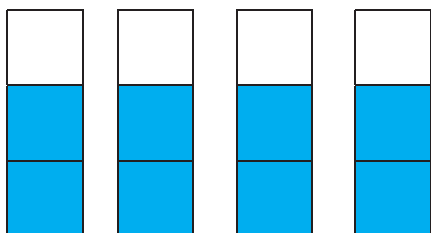


(i) $3 \cdot \frac{1}{2}$

(ii) $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$

(iii) $2 \cdot \frac{1}{3}$

(γ)

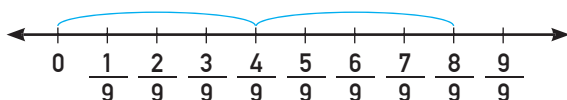


(i) $4 \cdot \frac{2}{3}$

(ii) $8 \cdot \frac{1}{3}$

(iii) $\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3}$

(δ)



(i) $\frac{4}{9} + \frac{4}{9}$

(ii) $2 \cdot \frac{4}{9}$

(iii) $8 \cdot \frac{2}{9}$

3. Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα στο τετράδιό σας. Να γράψετε την απάντηση στην πιο απλή μορφή.

(α) $3 \cdot \frac{1}{5}$

(β) $8 \cdot \frac{4}{7}$

(γ) $\frac{2}{5} \cdot 15$

(δ) $\frac{2}{3} \cdot 16$

(ε) $\frac{8}{15} \cdot 30$

(στ) $9 \cdot \frac{6}{10}$

(ζ) $\frac{7}{8} \cdot 18$

(η) $9 \cdot \frac{3}{4}$

4. Να βάλετε σε κύκλο την ορθή απάντηση.

(α) Έξι φίλοι βρίσκονται σε μια πιτσαρία. Θέλουν να παραγγείλουν αρκετή ποσότητα πίτσας, ώστε ο καθένας να φάει τουλάχιστον $\frac{2}{5}$ της πίτσας. Ποιος είναι ο ελάχιστος αριθμός πίτσων που πρέπει να παραγγείλουν;

(i) 1 πίτσα

(ii) 2 πίτσες

(iii) 3 πίτσες

(β) Η Εριφύλη και ο Σάββας χρησιμοποιούν βρώμη, για να παρασκευάσουν το πρόγευμά τους. Η Εριφύλη χρησιμοποίησε τα $\frac{2}{3}$ ενός φλυντζανιού που χωράει συνολικά 300 g. Ο Σάββας χρησιμοποίησε το $\frac{1}{3}$ ενός φλυντζανιού που χωράει συνολικά 600 g. Ποιο παιδί χρησιμοποίησε μεγαλύτερη ποσότητα βρώμης;

(i) Η Εριφύλη

(ii) Ο Σάββας

(iii) Χρησιμοποίησαν την ίδια ποσότητα βρώμης και τα δύο παιδιά

5. Να γράψετε ένα πρόβλημα για κάθε μία από τις πιο κάτω μαθηματικές προτάσεις. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) $4 \cdot \frac{1}{5}$

(β) $\frac{1}{5} \cdot 4$

6. Να συμπληρώσετε με τα σύμβολα $<$, $>$ ή $=$.

$$(\alpha) 6 \cdot \frac{2}{5} \bigcirc 8 \cdot \frac{2}{5}$$

$$(\beta) \frac{1}{3} \cdot 9 \bigcirc \frac{1}{5} \cdot 9$$

$$(\gamma) \frac{1}{2} \cdot 6 \bigcirc \frac{1}{4} \cdot 12$$

$$(\delta) 4 \cdot \frac{1}{5} \bigcirc 2 \cdot \frac{1}{10}$$

$$(\epsilon) \frac{2}{5} \cdot 2 \cdot 4 \bigcirc 8 \cdot \frac{4}{5}$$

$$(\sigma\tau) \frac{9}{10} \cdot 12 \bigcirc \frac{5}{14} \cdot 12$$

7. Να αναπαραστήσετε και να υπολογίσετε τα πιο κάτω γινόμενα.

$$(\alpha) \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} =$$

$$(\beta) \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} =$$

$$(\gamma) \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} =$$

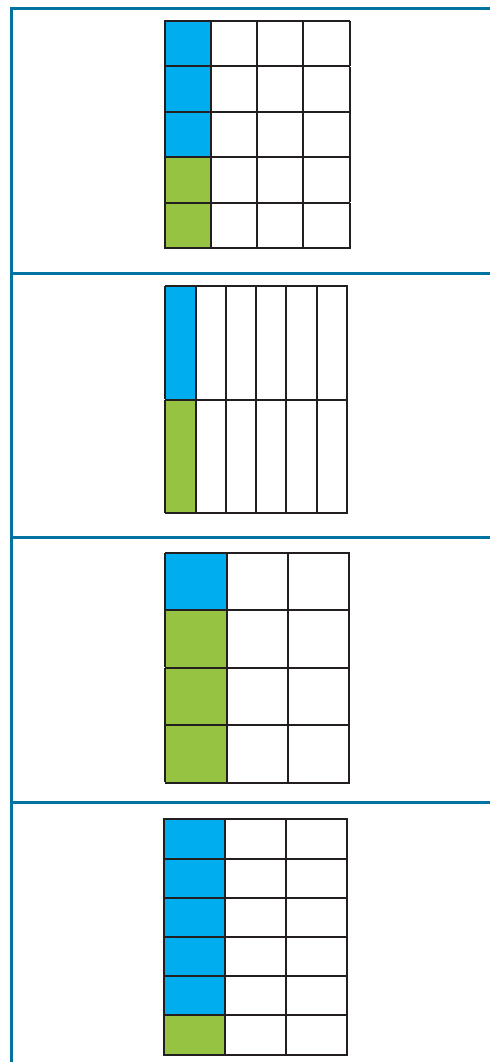
$$(\delta) \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} =$$

$$(\epsilon) \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} =$$

$$(\sigma\tau) \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} =$$

8. Να υπολογίσετε τα γινόμενα και να τα αντιστοιχίσετε με την αναπαράσταση που ταιριάζει.

$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} =$
$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} =$
$\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} =$
$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} =$



9. Να υπολογίσετε τα γινόμενα στο τετράδιό σας. Να γράψετε την απάντηση στην πιο απλή μορφή.

(α) $\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{5}$

(β) $\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{9}$

(γ) $\frac{2}{15} \cdot \frac{1}{2}$

(δ) $\frac{4}{9} \cdot \frac{5}{3}$

(ε) $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{12}$

(στ) $\frac{7}{10} \cdot \frac{3}{5} \cdot 5$

(ζ) $6 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5}$

(η) $\frac{11}{12} \cdot \frac{12}{15} \cdot \frac{1}{2}$

10. Να γράψετε τον αντίστροφο κάθε αριθμού.

$$\frac{5}{8} \cdot \boxed{}$$

$$\frac{2}{1} \cdot \boxed{}$$

$$\frac{9}{4} \cdot \boxed{}$$

$$9 \cdot \boxed{}$$

11. Να συμπληρώσετε .

$$(α) \frac{4}{\boxed{}} \cdot \frac{\boxed{}}{5} = \frac{16}{15}$$

$$(β) \frac{1}{3} \cdot \frac{\boxed{}}{4} = \frac{1}{12}$$

$$(γ) 2 \cdot \frac{\boxed{}}{2} = 1$$

$$(δ) \frac{3}{\boxed{}} \cdot \frac{4}{3} = 1$$

$$(ε) \frac{9}{13} \cdot \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \frac{9}{26}$$

$$(στ) \frac{\boxed{}}{\boxed{}} \cdot \frac{7}{4} = \frac{1}{2}$$

12. Να εκτιμήσετε κατά πόσο το αποτέλεσμα των πιο κάτω μαθηματικών προτάσεων είναι μεγαλύτερο ή μικρότερο του $\frac{4}{9}$. Στη συνέχεια, να υπολογίσετε το αποτέλεσμα.

$$(α) \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9}$$

$$(β) 2\frac{8}{9} \cdot \frac{4}{9}$$

$$(γ) \frac{9}{4} \cdot \frac{4}{9}$$

13. Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα των πιο κάτω μαθηματικών προτάσεων στο τετράδιό σας. Να γράψετε την απάντηση στην πιο απλή μορφή.

(α) $3 \cdot 2\frac{1}{4}$

$8 \cdot 1\frac{3}{4}$

$5 \cdot 3\frac{1}{15}$

$7\frac{2}{5} \cdot 3$

(β) $\frac{1}{2} \cdot 2\frac{6}{8}$

$2\frac{10}{11} \cdot \frac{1}{4}$

$\frac{2}{3} \cdot 4\frac{7}{8}$

$10\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3}$

(γ) $3\frac{6}{7} \cdot 1\frac{2}{7}$

$2\frac{3}{4} \cdot 1\frac{4}{5}$

$1\frac{2}{3} \cdot 2\frac{3}{4}$

$2\frac{3}{10} \cdot 1\frac{1}{6}$

(δ) $4 \cdot 1\frac{3}{4} \cdot 2\frac{3}{8}$

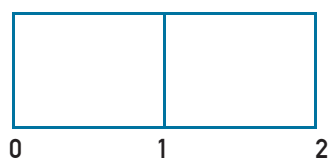
$2\frac{4}{5} \cdot 3\frac{2}{5} \cdot 10$

$7\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 2$

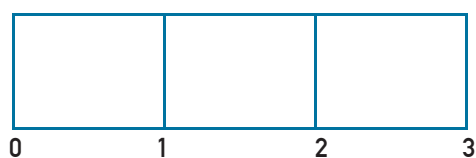
$1\frac{3}{7} \cdot 21 \cdot 2$

14. Να αναπαραστήσετε και να υπολογίσετε τα πηλίκα.

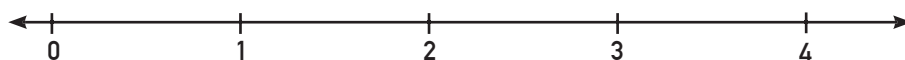
(α) $2 \div \frac{1}{2}$



(β) $3 \div \frac{1}{4}$



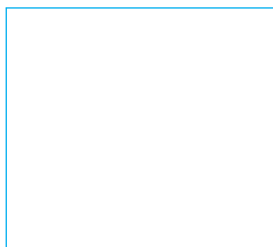
(γ) $4 \div \frac{1}{3}$



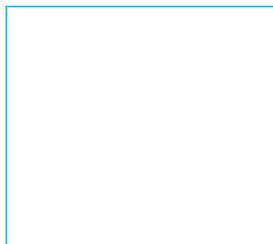
$$(\delta) 3 \div \frac{3}{4}$$



$$(\varepsilon) \frac{1}{2} \div 4$$



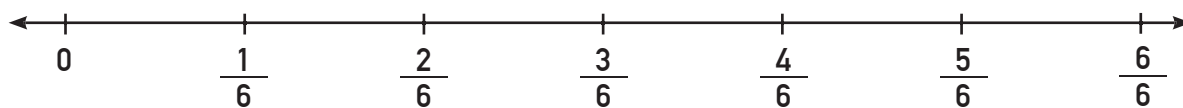
$$(\sigma\tau) \frac{2}{3} \div 3$$



$$(\zeta) \frac{1}{5} \div 3$$



$$(n) \frac{5}{6} \div 2$$



15. Να αντιστοιχίσετε κάθε εικόνα με τη μαθηματική πρόταση που ταιριάζει και να υπολογίσετε το αποτέλεσμα.

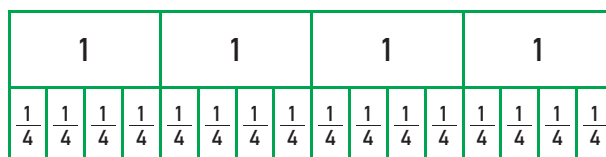
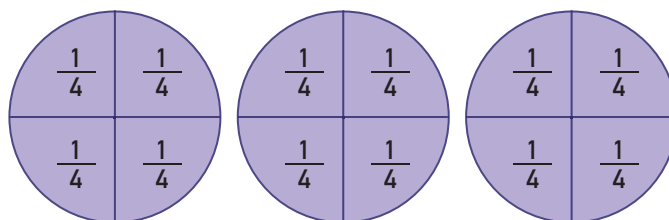
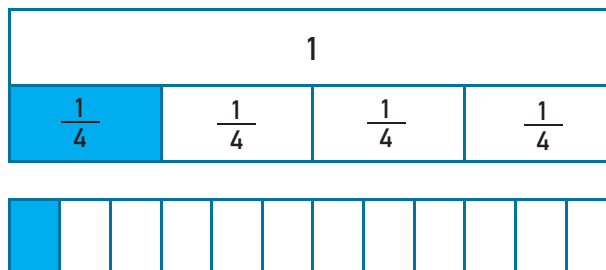
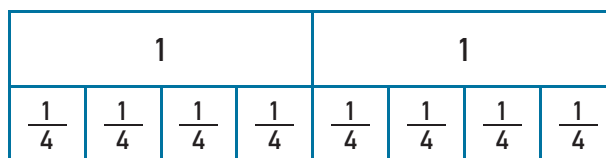
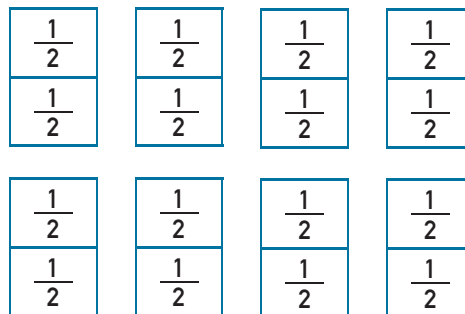
$$2 \div \frac{1}{4} =$$

$$16 \cdot \frac{1}{2} =$$

$$3 \div \frac{1}{4} =$$

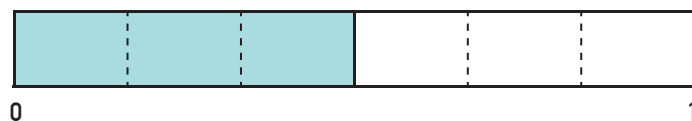
$$\frac{1}{4} \div 3 =$$

$$4 \div \frac{1}{4} =$$

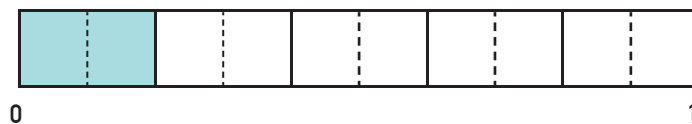


16. Να υπολογίσετε το πηλίκο, χρησιμοποιώντας το διάγραμμα.

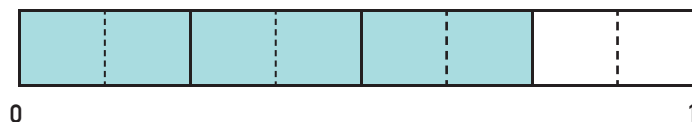
(α) $\frac{1}{2} \div \frac{1}{6} =$



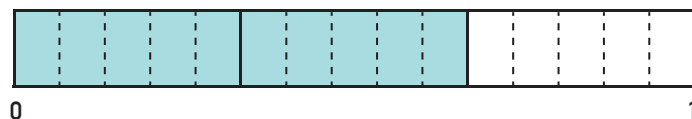
(β) $\frac{1}{5} \div \frac{1}{10} =$



(γ) $\frac{3}{4} \div \frac{3}{8} =$

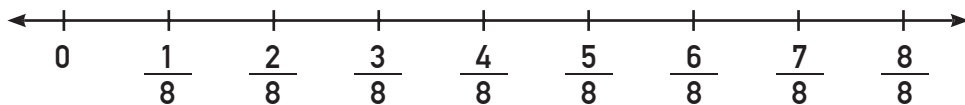


(δ) $\frac{2}{3} \div \frac{2}{15} =$

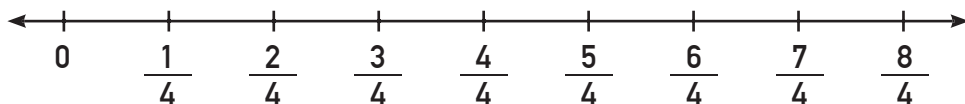


17. Να αναπαράσχετε και να υπολογίσετε το πηλίκο, χρησιμοποιώντας την αριθμητική γραμμή.

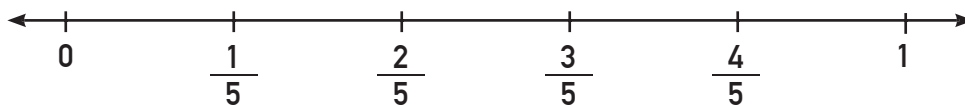
(α) $\frac{6}{8} \div \frac{1}{4} =$



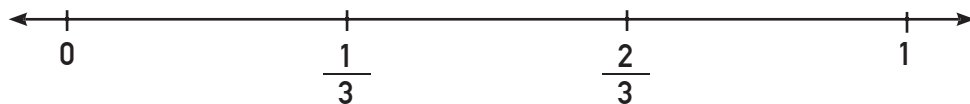
(β) $\frac{5}{4} \div \frac{1}{8} =$



(γ) $\frac{4}{5} \div \frac{3}{10} =$



(δ) $\frac{2}{3} \div \frac{4}{9} =$



18. Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα των πιο κάτω μαθηματικών προτάσεων και να επαληθεύσετε την απάντησή σας. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

$$(α) 9 \div \frac{1}{3}$$

$$(β) 4 \div \frac{1}{3}$$

$$(γ) 8 \div \frac{1}{4}$$

$$(δ) 12 \div \frac{1}{5}$$

$$(ε) 4 \div \frac{2}{5}$$

$$(στ) 12 \div \frac{6}{9}$$

$$(ζ) 9 \div \frac{2}{7}$$

$$(η) 6 \div \frac{4}{9}$$

$$(θ) \frac{1}{4} \div 7$$

$$(ι) \frac{1}{12} \div 2$$

$$(κ) \frac{5}{8} \div 3$$

$$(λ) \frac{6}{11} \div 4$$

19. Να υπολογίσετε το πηλίκο. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

$$(α) \frac{7}{10} \div \frac{1}{10} =$$

$$(β) \frac{4}{5} \div \frac{1}{5} =$$

$$(γ) \frac{5}{6} \div \frac{1}{3} =$$

$$(δ) \frac{5}{12} \div \frac{1}{4} =$$

$$(ε) \frac{3}{5} \div \frac{1}{8} =$$

$$(στ) \frac{9}{7} \div \frac{3}{4} =$$

$$(ζ) 1 \frac{5}{6} \div \frac{1}{8} =$$

$$(η) 2 \frac{7}{8} \div \frac{1}{2} =$$

$$(θ) 3 \frac{2}{5} \div \frac{2}{3} =$$

$$(ι) 2 \frac{1}{8} \div 1 \frac{3}{16} =$$

$$(κ) 2 \frac{5}{12} \div 1 \frac{2}{6} =$$

$$(λ) 1 \frac{5}{7} \div 2 \frac{2}{3} =$$

20. Να συμπληρώσετε, ώστε να ισχύουν οι πιο κάτω ισότητες.

$$(α) \frac{4}{5} \div \boxed{} = 3$$

$$(β) \frac{7}{9} \div \boxed{} = 8$$

$$(γ) \frac{1}{5} \div \boxed{} = 1 \frac{1}{2}$$

$$(δ) \frac{3}{7} \div \boxed{} = \frac{1}{14}$$

$$(ε) 2 \frac{1}{4} \div \boxed{} = 4 \frac{1}{8}$$

$$(στ) 3 \frac{2}{3} \div \boxed{} = 1 \frac{3}{12}$$

21. Να επιλέξετε τη μαθηματική πρόταση που ταιριάζει σε κάθε πρόβλημα.

(α) Ο κύριος Γιάννης παρήγγειλε $10\frac{5}{8}$ kg λίπασμα για τους ανθώνες στο φυτώριό του. Για κάθε ανθώνα χρειάζεται $1\frac{1}{2}$ kg λίπασμα. Για πόσους ανθώνες αρκεί το λίπασμα;

$$1\frac{1}{2} \cdot 10\frac{5}{8}$$

$$10\frac{5}{8} \cdot 1\frac{1}{2}$$

$$1\frac{1}{2} \div 10\frac{5}{8}$$

$$10\frac{5}{8} \div 1\frac{1}{2}$$

(β) Σε ένα μουσικό ωδείο τα $\frac{5}{8}$ των σπουδαστών παρακολουθούν μαθήματα κιθάρας. Από αυτούς, τα $\frac{3}{5}$ παρακολουθούν και μαθήματα πιάνου. Τι μέρος των σπουδαστών του ωδείου παρακολουθούν και μαθήματα κιθάρας και πιάνου;

$$\frac{5}{8} - \frac{3}{5}$$

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{8}$$

$$\frac{5}{8} \div \frac{3}{5}$$

$$\frac{5}{8} + \frac{3}{5}$$

22. Να επιλέξετε το πρόβλημα που ταιριάζει σε κάθε μαθηματική πρόταση.

(α)

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7}$$

Α. Τα $\frac{2}{7}$ των μελών ενός ποδηλατικού ομίλου επέλεξαν η επόμενη διαδρομή τους να είναι ορεινή και τα $\frac{3}{5}$ να είναι παραθαλάσσια. Πόσο μεγαλύτερο είναι το μέρος των μελών που προτιμούν την παραθαλάσσια διαδρομή σε σχέση με τα μέλη που προτιμούν την ορεινή διαδρομή;

Β. Τα $\frac{3}{5}$ των μελών ενός ποδηλατικού ομίλου δήλωσαν ότι θα συμμετάσχουν στη διαδρομή του Σαββάτου και τα $\frac{2}{7}$ στη διαδρομή της Κυριακής. Τι μέρος των μελών του ομίλου θα συμμετάσχουν στις ποδηλατικές διαδρομές του Σαββατοκύριακου, αν κάθε μέλος θα συμμετάσχει σε μια μόνο διαδρομή;

Γ. Τα $\frac{2}{7}$ των μελών ενός ποδηλατικού ομίλου επέλεξαν η επόμενη διαδρομή τους να είναι παραθαλάσσια. Από τα μέλη αυτά, τα $\frac{3}{5}$ προτιμούν η μέρα που θα πραγματοποιηθεί η διαδρομή να είναι Κυριακή. Τι μέρος των μελών του ομίλου προτιμούν η διαδρομή να είναι παραθαλάσσια και να πραγματοποιηθεί ημέρα Κυριακή;

(β)

$$2\frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{4}$$

Α. Κατά τη διάρκεια της χειμερινής περιόδου, μια ομάδα υδατοσφαίρισης προπονείται για $2\frac{1}{4}$ ώρες την εβδομάδα. Κατά τη διάρκεια της θερινής περιόδου, ο χρόνος της εβδομαδιαίας προπόνησης αυξάνεται κατά $2\frac{1}{2}$ ώρες. Πόσες ώρες προπονείται η ομάδα κατά τη διάρκεια της θερινής περιόδου;

Β. Κατά τη διάρκεια της χειμερινής περιόδου, μια ομάδα υδατοσφαίρισης προπονείται για $2\frac{1}{4}$ ώρες την εβδομάδα. Κατά τη διάρκεια της θερινής περιόδου, ο χρόνος της εβδομαδιαίας προπόνησης αυξάνεται κατά $2\frac{1}{2}$ φορές σε σχέση με τον εβδομαδιαίο χρόνο προπόνησης της χειμερινής περιόδου. Πόσες ώρες προπονείται η ομάδα κατά τη διάρκεια της θερινής περιόδου;

Γ. Κατά τη διάρκεια της χειμερινής περιόδου, μια ομάδα υδατοσφαίρισης προπονείται για $2\frac{1}{4}$ ώρες την εβδομάδα. Κατά τη διάρκεια της θερινής περιόδου, προπονείται για $2\frac{1}{2}$ ώρες την εβδομάδα. Πόσες περισσότερες ώρες προπονείται η ομάδα κατά τη διάρκεια της θερινής περιόδου;

23. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) Ο Ιάκωβος αφιέρωσε $\frac{3}{4}$ της ώρας για 5 συνεχόμενες μέρες, για την ολοκλήρωση ενός έργου ζωγραφικής; Πόσες ώρες αφιέρωσε συνολικά, για την ολοκλήρωση του έργου;

(β) Η Λίζα αγόρασε $4\frac{3}{4}$ L γάλα από ένα γαλακτοκομείο. Θα το μοιράσει σε μικρότερα δοχεία που το καθένα χωρεί $\frac{1}{6}$ L. Πόσα δοχεία χρειάζεται;

(γ) Τα $\frac{4}{5}$ των κατοίκων μιας κοινότητας συμμετέχουν στο πρόγραμμα ανακύκλωσης. Το $\frac{1}{4}$ των κατοίκων αυτών ανακυκλώνει γυαλί. Τι μέρος των κατοίκων της κοινότητας ανακυκλώνει γυαλί;

(δ) Τα $\frac{2}{5}$ των οργάνων μιας ορχήστρας είναι πνευστά, το $\frac{1}{3}$ είναι κρουστά και τα υπόλοιπα είναι πληκτροφόρα. Τι μέρος των οργάνων της ορχήστρας είναι πληκτροφόρα;

(ε) Ο Κώστας έχει προσκαλέσει 20 φίλους του. Υπολογίζει ότι κάθε φίλος του θα φάει από 3 κομμάτια πίτσας. Πόσες πίτσες χρειάζεται να παραγγείλει, αν οι πίτσες είναι κομμένες σε όγδοα;

Δραστηριότητες εμπλουτισμού

1. Να βάλετε σε κύκλο τα κλάσματα που είναι ανάγωγα.

$\frac{1}{9}$

$\frac{14}{18}$

$\frac{2}{12}$

$\frac{6}{11}$

$\frac{9}{27}$

$\frac{2}{3}$

$\frac{7}{10}$

$\frac{18}{21}$

2. Να απλοποιήσετε τα κλάσματα, ώστε να προκύψουν ανάγωγα κλάσματα.

(α) $\frac{4}{12}$

(β) $\frac{8}{20}$

(γ) $\frac{28}{42}$

(δ) $\frac{15}{21}$

(ε) $\frac{20}{35}$

(στ) $\frac{24}{54}$

3. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Μια έρευνα έδειξε ότι τα $\frac{2}{3}$ των καταναλωτών αγοράζουν το προϊόν Α και το $\frac{1}{3}$ των καταναλωτών αγοράζουν το προϊόν Β. Μετά από μια διαφημιστική εκστρατεία για το προϊόν Β, μια νέα έρευνα έδειξε ότι το $\frac{1}{4}$ των καταναλωτών που αγόραζαν το προϊόν Α, αγοράζουν τώρα το προϊόν Β. Τι μέρος των καταναλωτών αγοράζει το προϊόν Α και τι μέρος το προϊόν Β, σύμφωνα με την νέα έρευνα;

(β) Ένας ιός κατέστρεψε ένα μέρος των αρχείων ενός ηλεκτρονικού υπολογιστή. Την πρώτη μέρα, κατέστρεψε το $\frac{1}{2}$ των αρχείων. Τη δεύτερη μέρα, κατέστρεψε το $\frac{1}{3}$ των υπόλοιπων αρχείων, την τρίτη μέρα κατέστρεψε το $\frac{1}{4}$ των υπόλοιπων αρχείων και την τέταρτη μέρα το $\frac{1}{5}$ των υπόλοιπων αρχείων. Τι μέρος των αρχείων του υπολογιστή δεν καταστράφηκε από τον ιό μετά τις τέσσερις μέρες;

4. Να συμπληρώσετε με τα ψηφία 2, 4, 6 και 8, ώστε να προκύψει:

(α) το μεγαλύτερο δυνατό γινόμενο

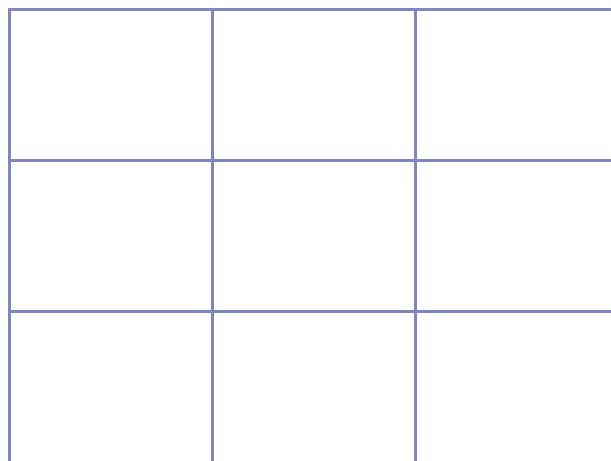
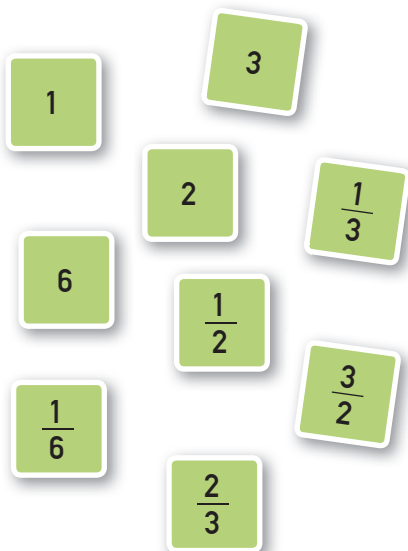
(β) το μικρότερο δυνατό γινόμενο

$$\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \cdot \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

$$\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \cdot \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

5. Να υπολογίσετε το γινόμενο $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \dots \cdot \frac{99}{100}$. Να επεξηγήσετε.

6. Να τοποθετήσετε τους πιο κάτω αριθμούς στο τετράγωνο, ώστε το γινόμενο σε κάθε σειρά, στήλη και διαγώνιο να είναι ίσο με 1.



7. Χωρίς να κάνετε τις πράξεις, να εκτιμήσετε ποια από τις δύο μαθηματικές προτάσεις δίνει το μεγαλύτερο αποτέλεσμα σε κάθε περίπτωση. Να επεξηγήσετε.

(α) $3\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2}$ ή $3\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3}$

(β) $3\frac{1}{5} \div \frac{2}{3}$ ή $3\frac{1}{5} \div \frac{2}{1}$

(γ) $3\frac{1}{5} + \frac{2}{3}$ ή $3\frac{1}{5} + \frac{3}{2}$

8. Στη μουσική, παρεστιγμένος λέγεται ο φθόγγος που έχει μια τελεία δίπλα του (π.χ. ). Η αξία του παρεστιγμένου φθόγγου είναι $1\frac{1}{2}$ φορές μεγαλύτερη από την κανονική αξία του φθόγγου. Να υπολογίσετε την παρεστιγμένη αξία κάθε φθόγγου και να συμπληρώσετε τον πίνακα, όπως στο παράδειγμα.

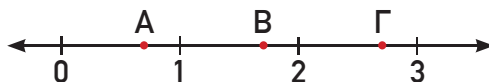
Φθόγγος			Παρεστιγμένος φθόγγος		
Όνομα	Σύμβολο	Χρόνοι	Όνομα	Σύμβολο	Χρόνοι
ολόκληρο		4	ολόκληρο παρεστιγμένο		$4 \cdot 1\frac{1}{2} = \cancel{4}^2 \cdot \frac{3}{\cancel{2}_1} = 6$
μισό		2	μισό παρεστιγμένο		
τέταρτο		1	τέταρτο παρεστιγμένο		
όγδοο		$\frac{1}{2}$	όγδοο παρεστιγμένο		
δέκατο έκτο		$\frac{1}{4}$	δέκατο έκτο παρεστιγμένο		

9. Η Μαρίνα εφάρμοσε την επιμεριστική ιδιότητα, για να υπολογίσει το γινόμενο $23 \cdot 34$.

$$\begin{aligned} 23 \cdot 34 &= (20 \cdot 30) + (20 \cdot 4) + (3 \cdot 30) + (3 \cdot 4) \\ &= 600 + 80 + 90 + 12 \\ &= 782 \end{aligned}$$

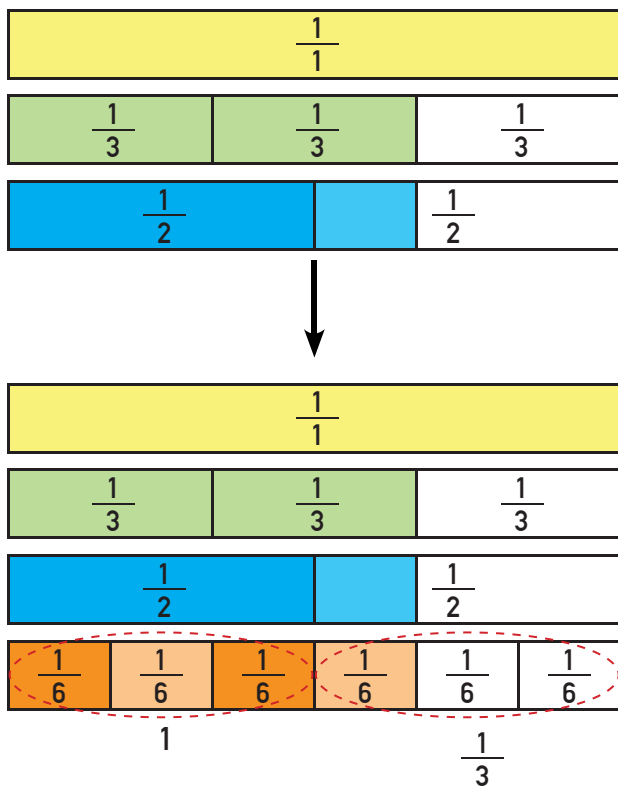
Να χρησιμοποιήσετε την επιμεριστική ιδιότητα, για να υπολογίσετε το γινόμενο $2\frac{1}{3} \cdot 3\frac{1}{4}$.

10. Ποιο γράμμα στην αριθμητική γραμμή αναπαριστά το γινόμενο $2\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$; Να επεξηγήσετε χωρίς να κάνετε τις πράξεις.



11. Ο Γιάννης χρησιμοποίησε τις πιο κάτω ράβδους κλασμάτων, για να υπολογίσει το πηλίκο

$$\frac{2}{3} \div \frac{1}{2}$$



$$\begin{aligned} \frac{2}{3} \div \frac{1}{2} &= \frac{4}{6} \div \frac{3}{6} \\ &= 4 \div 3 \\ &= 1\frac{1}{3} \end{aligned}$$



Να χρησιμοποιήσετε ράβδους κλασμάτων, για να υπολογίσετε τα πιο κάτω πηλίκα.

(α) $\frac{3}{4} \div \frac{1}{3}$

(β) $\frac{3}{4} \div \frac{3}{8}$

(γ) $\frac{4}{5} \div \frac{3}{10}$

12. Ποια από τις πιο κάτω προτάσεις περιγράφει τον κανόνα για τον υπολογισμό του επόμενου όρου του μοτίβου $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$.

(α) Πολλαπλασιάζω το $\frac{1}{16}$ επί το 2

(β) Διαιρώ το $\frac{1}{16}$ με το 2

(γ) Αφαιρώ το $\frac{1}{4}$ από το $\frac{1}{16}$

(δ) Προσθέτω το $\frac{1}{16}$ στο $\frac{1}{16}$

13. Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα. Να επεξηγήσετε.

$$(α) \left(\frac{2548}{1236} \cdot \frac{13}{10} \right) \div \frac{2548}{1236} =$$

$$(β) \left(\frac{2548}{10} \cdot \frac{13}{1236} \right) \div \frac{2548}{1236} =$$

14. Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

$$(α) 3 \cdot \frac{1}{2} \div \frac{1}{8}$$

$$(β) \frac{3}{4} + \frac{2}{5} \cdot 3$$

$$(γ) \frac{6}{8} \cdot \frac{2}{3} \div \frac{1}{2} - \frac{2}{5}$$

$$(δ) 4 \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right) + \frac{13}{6} \cdot \frac{1}{2}$$

$$(ε) \frac{14}{15} \div 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{8} + 2 \frac{3}{4}$$

$$(στ) 3 \frac{2}{3} - 2 \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \div 2 \frac{2}{5}$$

Στην προτεραιότητα πράξεων:
 1) Κάνουμε τις πράξεις στις παρενθέσεις, αν υπάρχουν.
 2) Κάνουμε τους πολλαπλασιασμούς και τις διαιρέσεις, από τα αριστερά προς τα δεξιά.
 3) Κάνουμε τις προσθέσεις και τις αφαιρέσεις, από τα αριστερά προς τα δεξιά.

15. Να συμπληρώσετε.

(α)

Κανόνας: $\psi = \frac{2}{3} \cdot \chi$				
χ	15	$\frac{9}{10}$	$1\frac{7}{8}$	$4\frac{3}{9}$
ψ				

(β)

Κανόνας: $\psi = \frac{3}{4} \div \chi$				
χ	9	$\frac{9}{16}$	$2\frac{1}{6}$	$4\frac{1}{5}$
ψ				

(γ)

Κανόνας: $\psi = 1\frac{1}{3} \cdot \chi$				
χ	$1\frac{1}{8}$	$3\frac{3}{6}$		
ψ			$\frac{8}{15}$	$6\frac{2}{7}$

16. (α) Να υπολογίσετε στο τετράδιό σας την τιμή κάθε παράστασης, αν $v = \frac{3}{5}$. Να γράψετε την απάντηση στην πιο απλή μορφή.

(Α) $15 \cdot v =$

(Β) $v \cdot \frac{15}{18} =$

(Γ) $3\frac{3}{4} \cdot v =$

(Δ) $v \div 12 =$

(Ε) $\frac{9}{15} \div v =$

(Ζ) $2\frac{1}{4} \div v =$

(Η) $\frac{10}{12} \cdot v \div \frac{3}{7} =$

(Θ) $v \div \frac{20}{35} \cdot \frac{2}{3} =$

(β) Να υπολογίσετε στο τετράδιό σας την τιμή του v σε κάθε περίπτωση. Να γράψετε την απάντηση στην πιο απλή μορφή.

(i) $v \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$

(ii) $v \div \frac{1}{5} = \frac{2}{3}$

(iii) $\frac{1}{2} \cdot v = \frac{1}{3}$

(iv) $\frac{1}{5} \div v = \frac{1}{3}$

(v) $1\frac{3}{4} \div v = \frac{1}{4}$

(vi) $2\frac{2}{3} \div v = 8$

17. (α) Το $\frac{1}{2}$ του $\frac{1}{3}$ του $\frac{1}{5}$ του αριθμού x είναι το 10. Ποιος είναι ο αριθμός x ; Να επεξηγήσετε.

(β) Τα δύο τρίτα των πέντε έκτων ενός αριθμού x , είναι ίσα με τα τρία τέταρτα των τεσσάρων πέμπτων του αριθμού ψ . Να βρείτε το κλάσμα $\frac{x}{\psi}$.

18. Να μελετήσετε το πιο κάτω απόσπασμα και να απαντήσετε στις ερωτήσεις.

ΕΚΑΤΟΝΤΑΔΕΣ ΤΟΝΟΙ ΠΕΤΡΕΛΑΙΟΥ ΧΑΘΗΚΑΝ ΣΤΗ ΘΑΛΑΣΣΑ

Το πετρελαιοφόρο πλοίο «Αργώ», μετά από ατύχημα, έχασε το $\frac{1}{5}$ της ποσότητας πετρελαίου που μετέφερε, καθώς περίμενε για βοήθεια. Παρά τις προσπάθειες του συνεργείου που κατέφθασε, το πλοίο έχασε τα $\frac{3}{8}$ του υπόλοιπου πετρελαίου μέσα στις επόμενες 24 ώρες. Σημειώνεται ότι η αρχική ποσότητα πετρελαίου που μετέφερε το πλοίο ήταν 2000 τόνοι.



(α) Πόσοι τόνοι πετρελαίου υπήρχαν στη δεξαμενή του πετρελαιοφόρου τη στιγμή που κατέφθασε το συνεργείο;

(β) Τι μέρος της αρχικής ποσότητας πετρελαίου χάθηκε μέσα στις 24 ώρες που πέρασαν μετά την άφιξη του συνεργείου;

19. Ο εκδότης της εφημερίδας «Τα νέα του κόσμου», ακολουθεί την πιο κάτω πολιτική σε σχέση με το μέρος μιας σελίδας που αφιερώνεται στις ειδήσεις και το μέρος που αφιερώνεται στις διαφημίσεις.

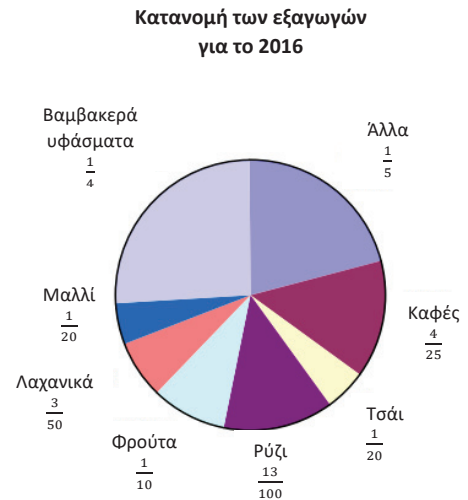
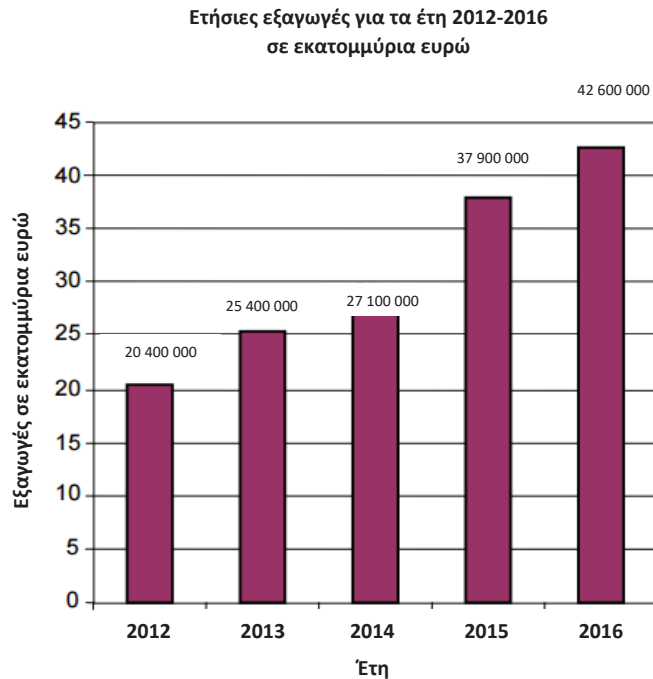
Σελίδα	Ειδήσεις	Διαφημίσεις
Εξώφυλλο	$\frac{9}{10}$	$\frac{1}{10}$
Σελίδες 2-5	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{5}$
Σελίδες 6-9	$\frac{7}{10}$	$\frac{3}{10}$
Σελίδες 10-13	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$
Σελίδες 14-προτελευταία σελίδα	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
Οπισθόφυλλο	$\frac{9}{10}$	$\frac{1}{10}$

Η σημερινή έκδοση της εφημερίδας αποτελείται από 36 σελίδες. Να υπολογίσετε το μέρος της εφημερίδας που αφιερώνεται:

(α) στις ειδήσεις

(β) στις διαφημίσεις

20. Οι πιο κάτω γραφικές παραστάσεις παρουσιάζουν πληροφορίες σχετικά με τις εξαγωγές μιας χώρας για τα έτη 2012-2016.



Να απαντήσετε στις πιο κάτω ερωτήσεις, με βάση τις πληροφορίες των γραφικών παραστάσεων.

(α) Ποια ήταν η συνολική αξία των εξαγωγών για τα έτη 2012-2016;

(β) Ποια ήταν η αξία των εξαγωγών φρούτων και λαχανικών για το έτος 2016;

(γ) Ποια ήταν η αξία των εξαγωγών βαμβακερών υφασμάτων και μαλλιού για το έτος 2016;

(δ) Ποια ήταν η διαφορά στην αξία εξαγωγών καφέ και τσαγιού για το έτος 2016;

